الاساليب الكمية واتخاذ القرارات

تأليف

أ.د. محمد يحيى الرفيق

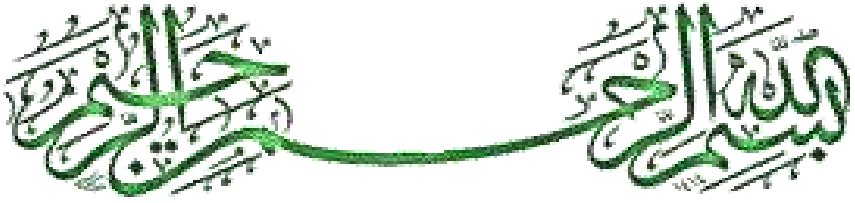
الاساليب الكمية واتخاذ القرارات

تأليف

أ.د. محمد يحيى الرفيق

دار النشر الطبعة الأولى

حقوق الطبع



مقدمة الطبعة

المقدمة:

يظهر من خلال التطورات الكبيرة في عملية اتخاذ القرارات ان هناك العديد من الاجراءات والأساليب التي جعلت صانع القرار يعمل على اتباع الاساليب العلمية من خلال اساليب البرمجة الخطية سواء منها المبسطة او طريقة الجزاء (طريقة M) فضلا عن ذلك نجد ان هناك اساليب اخرى تساعد صانع القرار على اتخاذ اساليب صحيحة في عملية اتخاذ قرارت قائمة على اساس علمي رصين وقرار في ظل توفر معلومات كاملة مما يساعد على اتخاذ قرارات في ظل التأكد وعليه فانه نظرا للحاجة الماسة للاساليب الكمية في اتخاذ القرارات يقدم هذا الكتاب من اجل المساهمة في المكتبه العربية وعرض بعض الموضوعات الهامة.

الاهداف العامة : يهدف هذا الكتاب الى عرض الاساليب المهمة في اتخاذ القرارات وكيفية التعرف على بعض الطرق التي من خلالها يمكن لصاحب القرار ان يتخذ القرار السليم بناء على نتائج يتوصل اليها من خلال استخدامه للعديد من الطرق والاساليب سواء في البرمجة الخطية او في الشبكات او في النقل او في التخصيص .

أ .م .د. محمد يحيى الرفيق

محتويات		
		الصفحة
الفصل الاول	**الاساليب الكمية واهميتها**	
الفصل الثاني	**مفهوم بحوث العمليات واهميتها** تعريف بحوث العمليات ما هي الأعمال التي يقوم بها مختص بحوث العمليات؟	
الفصل الثالث	البرمجة الخطية (صياغة المشكلة) صياغة البرمجة الخطية حل مشكلة البرمجة الخطية بالرسم البياني	
الفصل الرابع	**البرمجة الخطية** طريقة السمبلكس طريقة الجزاء (طريقة M)	
الفصل الخامس	**جدولة المشروعات (الشبكات)** طريقة المسار الحرج CPM طريقة بيرت PERT	
الفصل السادس	**البرمجة الخطية بطريقة النقل** طريقة الركن الشمالي الغربي. طريقة فوجل. طريقة الكلفة الاقل.	
الفصل االسابع	**التخصيص**	
الفصل الثامن	**نظرية الصفوف**	
	المراجع	

الفصل الأول

الاساليب الكمية و اهميتها

محتويات		
		الصفحة
	المقدمة : –	
	١–١ التمهيد:.....	
	١–٢ اهداف الفصل	
	١–٣ اقسام الفصل	
	١–٤ القراءات المساعدة	
	٢– مفاهيم نظريه في الأساليب الكميه واتخاذ القرارات في الأعمال :–	
	٢–١ : مفهوم منظمة الاعمال	
	٢–٢ : مفهوم الاساليب الكمية	
	٢–٣: انواع اساليب الكمية	
	٢–٤ : الاساليب الاحصائية	
	٢–٥ : دور الاساليب الكمية في ترشيد القرارات	
	٢–٦: اتخاذ القرارات الادارية	
	: انواع القرارات	
	3–الخلاصة	
	٥ – قائمة المصطلحات	
	٦– قائمة المراجع	

الفصل الأول

الاساليب الكمية و اهميتها

المقدمة:

التمهيد: عزيزي الدارس مرحباً بك الى هذا الفصل.

يهتم هذا الجزء بتقديم عرض تحليلي لماهية منظمة الاعمال ودراسة مفهوم الاساليب الكمية وأنواع الاساليب الكمية، ودور الاساليب الكمية في ترشيد القرارات، وايضا اتخاذ القرارات الادارية .

وقد تم تناول موضوعات هذا الجزء بصورة اساسية وفقا للمنهج الوصفي وباسلوب تحليلي على اعتبار ان اعتبار هذا المنهج يعتبر مناسبا في دراسة موضوعات هذا الجزء حيث ان هناك تطور في الاساليب الكمية وطرق اتخاذ القرارات.

أهداف الفصل: بعد دراستك لهذا الفصل ينبغي ان تكون قادرا على ان:

١- تعرف مفهوم منظمة الاعمال.

٢- تعرف مفهوم الاساليب الكمية.

٣- تعرف انواع الاساليب الكمية.

٤- تتعرف على دور الاساليب الكمية في ترشيد القرارات.

اقسام الفصل:

عزيزي الدارس : نود ان نلفت انتباهك الى ان هذا الفصل يتكون من سبعة اقسام اعدت لكي تحقق الاهداف الاساسية لهذا الفصل حيث يرتبط القسم الاول منه دراسة منظمة الاعمال و مفهوم الاساليب الكمية ودوره في ترشيد القرارات الادارية ومن ثم دراسة انواع الاساليب الكمية واتخاذ القرارات الادارية.

القراءات المساعدة:

تمثل المراجع التالية قراءات إضافية مساعدة تتعلق بالموضوعات التي يتضمنها هذا الفصل، نرجو أن تحاول الاستفادة منها ما أمكن.

١- مؤيد الفضل (٢٠٠١) : الاساليب الكمية، عمان ،الاردن.

٢- عاصم عبد الرحمن الشيخ (١٩٩٩): بحوث العمليات، دار المناهج، عمان، الاردن.

٣- عبد الرسول الموسوي(١٩٩٩): بحوث العمليات، دار وائل، عمان، الاردن.

٤- حمدي طه (١٩٩٨) : بحوث العمليات، مترجم في دار المريخ، ترجمة الدكتور احمد حسين واخرون.

١- مفاهيم الأساليب الكميه واتخاذ القرارات في منظمة الأعمال :

يظهر من خلال بيان دور وأهمية الأساليب الكمية في عملية اتخاذ القرارات في منظمة الأعمال ،بانه من المهم توضيح مفهوم وطبيعة عمل هذه المنظمة حتى يكون بالإمكان تقريب الموضوع للقارئ بشكل أكثر واقعيه.

١-١مفهوم منظمة الإعمال : من اجل توضيح مفهوم منظمة الأعمال لا بد لنا في البداية من توضيح ما هو المقصود بكلمة المنظمة ،حيث تتفق معظم الأدبيات المهتمة بعلم الإدارة أن المنظمة هي عبارة عن تجمع للأفراد بشكل منظم ،حيث يسعى هذا التجمع إلى تحقيق هدف أو مجموعه أهداف محدده ،على سبيل المثال أن مصنع الالبسه أو مصنع الأسمنت وشركة الكهرباء والمصرف كل واحدة منها تحمل اسم المنظمة ،وذلك يعود إلى اشتراكها في ثلاث خصائص أساسية من حيث مكوناتها،وهي:

الأفراد People : حيث أن من يعمل لوحدة لا يشكل منظمة، في حين أن تجمع الأفراد وبشكل واع ومنظم باتجاه انجاز متطلبات تحقيق الهدف التي اجتمعوا من اجله هو المكون الأول والأساسي للمنظمة .

الغرضpurpose : للمنظمة غرض مميز يتم التعبير عنه بهدف أو مجموعة من الأهداف تسعى المنظمة إلى تحقيقها

الهيكل structure للمنظمة هيكل وتركيب منظم بعناية يوضح شكل وطبيعة العلاقات بين أفراد المنظمة بحسب الموقع الوظيفي لهم .

ومن خلال ما تم ذكره حول العناصر الثلاث السابقة يتضح بانها المقومات الأساسية لأي منظمه ،وان حدث اختلاف بينها فان ذلك يكون على الأغلب في طبيعة الهدف ،حيث من المعلوم أن الهدف هو العنصر الأساس المحدد للاختلاف بين المنظمات ،حيث ا ن أي منها تسعى بشكل عام لإنتاج سلعه ما أو تقديم خدمة معينة .وهنا لابد لنا من أن نشير إلى أن الهدف أو الأهداف وراء النشاط السلعي أو الخدمي الذي تسعى المنظمة إلى تحقيقه هو الذي يدعو إلى إطلاق تسمية منظمة أعمال بدلا من مجرد كلمة (منظمة)فقط.باعتبار أن منظمة الأعمال من بين أهم أهدافها هو تحقيق العائد الاقتصادي المتمثل بالربح مع السعي الدؤوب إلى تعظيم قيمته للمالكين بشكل مستمر ،ومن هنا يمكن لنا أن نستخلص مفهوم المنظمة الأعمال باعتبارها ذلك التجمع المنظم للأفراد الذي يهدف إلى تحقيق غرض محدد يرتبط بتحقيق عائد أو مردود مالي للجهة المالكة أو القائمة على إدارة المنظمة المذكورة.

أخيراَ واجه استخدام المدخل الكمي في دراسة إدارة الأعمال معوقات واضحة حول صعوبة التعامل مع الأساليب الرياضية،كما أن جميع مشكلات إدارة الأعمال يمكن صياغتها بنماذج وصيغ رياضية ،حيث أن الكثير منها تنطوي

على جوانب إنسانية واعتبارات لا يمكن صياغتها بأرقام ثابتة او متغيرات كمية .لكن ذلك لم يقلل من أهمية التعامل مع هذا المدخل في إيجاد أفضل الحلول لأعقد المشكلات المتعلقة بالاستخدام الأمثل لموارد المنظمة في سعيها لتحقيق الأهداف المحددة.

تدريب ١:

- بين مفهوم منظمة الاعمال؟

١-٢ : مفهوم الأساليب الكمية:

يشير مؤيد الفضل الى ان الأساليب الكمية تمثل مجموعة من الأدوات Tools أو الطرق Methods التي تستخدم من قبل متخذ القرار لمعالجة مشكلة معينة أو لترشيد القرار الإداري المزمع اتخاذه بخصوص حالة معينة،ويفترض في هذه الحالة توفر القدر الكافي من البيانات المتعلقة بالمشكلة .ويتطلب تطبيقها واستخدامها أيضا تحديد الفرضيات والعوامل المؤثرة بشكل مباشر أو غير مباشر .

كما يذكر الفضل بان الاساليب الكمية عرفها البعض بأنها تلك الأطر الرياضية أو الكمية التي من خلالها يتم استيعاب كافة مفردات المشكلة والتعبير عنها بالاعتماد على العلاقات الرياضية (معادلات أو متباينات)وذلك كخطوة أولى نحو معالجتها وحلها ويتم تدعيم هذه الأطر الرياضية بالبيانات اللازمة التي يتصف البعض منها في كونها من الثوابت والبعض الآخر من المتغيرات بما يتناسب وطبيعة المشكلة المدروسة.وبذلك تكون هذه الأطر الرياضة بمثابة الوسيلة أو الأسلوب التي من خلالها يتم معالجة المشكلة في الوقع العملي بعد أن يتم استيعاب معظم متغيراتها وثوابتها بحيث يتم التوصل في النهاية إلى الحل المطلوب لها.

وتتصف هذه الأساليب بان بعضها ذات طابع أو صفة احتماليه والبعض الآخر يتصف في كونه ثابت أو ساكن والبعض الآخر يتصف في كونه متغير بشكل مستمر حسب طبيعة العامل الزمني.أضافه إلى ذلك هنالك تقسيمات وتصنيفات لهذه الأساليب الكمية حسب طبيعة الاستخدام وحسب طبيعة العوامل الداخلة فيها.

تدريب ٢:

- بين مفهوم الاساليب الكمية؟

١-٣ أنواع الأساليب الكميه:

ضمن المنهج الكمي لإدارة الأعمال يمكن أن نميز بين الكثير من أنواع الأساليب الكمية التي تستخدم من قبل متخذ القرار في مجال ترشيد القرار الإداري آو لغرض حل مشكلة معينة في احد مجالات أدارة المنشاة من اجل الحصول على الحلول المطلوبة. وفي هذا الصدد يمكن أن يتم الحصول على ثلاثة أنواع من الحلول حسب ما هو وارد في أدبيات المنهج الكمي لإدارة الأعمال وهي:

١-الحل الممكن feasible solution

٢-الحل الأفضل Best solution

٣-الحل الأمثل optimal solution

وتقع هذه الأساليب تحت تسميات مختلفة في أدبيات المنهج الكمي إلا أن الشائع منها يقع تحت عنوان بحوث العمليات.يضاف إلى ذلك الأساليب الإحصائية كما هو واضح في الشكل رقم (١-١)حيث يتضح في الشكل المذكور ما يلي:

أولا:أساليب كمية مختلفة:

١.البرمجة الخطية : linear programming .

٢.البرمجة الديناميكية Dynamic programming

٣- .نماذج الخزين Inventory models

٤.شبكات العمل Networks

٥.نماذج الانتظار Queuing models

٦.نظرية القرار Decision theory

٧.المحاكاة Simulation

٨.نظرية الاحتمالات probabilities theory

٩.نظرية المباريات Games theory

١٠.الأساليب الرياضيه والجبرية Mathematical & Algebraic

١١. سلاسل ماركوف Markov chains

١٢. أسلوب المصفوفات Matrices Methods

١٣. نماذج التدفق

Transshipment

ثانيا :الأساليب الإحصائية :

١-أسلوب الارتباط.

٢-أسلوب الانحدار.

٣-.نماذج التوقع .

٤-المقاييس ولاختبارات الإحصائية

تدريب ٣:

- وضح انواع الاساليب الكمية؟

١-٣ : دور الأساليب الكمية في ترشيد القرارات :

يمكن تعريف مفهوم الترشيد بانه يمثل البحث عن حالة العقلانية Rationality لأي تصرف أو سلوك أنساني في أي مجال من مجالات الحياة المختلفة ومن هذا المنطلق يمكن الاشارة الى أن مفهوم القرار الرشيد هو إضفاء صفة العقلانية والمعقولية على القرار المتخذ بهدف الوصول الى الاستخدام الأمثل والصحيح لتلك الإمكانات المتاحة وبالتالي تصبح النتائج المترتبة على اتخاذ قرارات مقبولة وذات اثر ايجابي، في حين سريان الأمور عكس ذلك يعني حالة اللارشد وعدم العقلانية وعدم المعقولية في اتخاذ القرار الذي تترتب علية غالبا نماذج سلبية .أن مبدأ الترشيد لأي عملية اتخاذ قرارات يجب أن تتم على أساس علمي مدروس في حين أن العشوائية والحدس والتخمين في اتخاذ القرار لم يعد مناسبا بسبب التطورات الاقتصادية والتكنولوجية السريعة التي حدثت في العالم وما ترتب على ذلك من

تعقيد وصعوبات في اتخاذ القرارات .ولهذا السبب كان لابد من اعتماد منهج علمي واضح قائم على أساس الاستعانة بتطبيق أساليب الكمية في ترشيد عملية اتخاذ.أن استخدام أو تطبيق أساليب الكمية عادة يتم في اتجاهين أساسيين وهما:

أولا: ألمساهمه المباشرة في عملية حل المشكلات التي تواجه كما هو الحال في استخدام أسلوب المخططات الشبكية أو ما يعرف بأسلوب شبكة الأعمال لأغراض التخطيط والرقابة .وكذلك في حالة استخدام نماذج الخزين (المحددة آو الاحتمالية) في تحديد حجم الدفعة الاقتصادية وتحديد مستوى الأمان أو ما شابه ذلك.

ثانيا: المساهمة بشكل غير مباشر في حل المشكلات التي تواجه منظمات الأعمال من خلال ترشيد القرار الإداري المطلوب اتخاذه .

ويكون ذلك أيجاد حاله مناسبة او مثاليه (ما يجب أن يكون عليه الحال)لأجل المقارنة مع ما هو كائن في الواقع العملي ،وفي هذا المجال يتم التمييز بين نوعين من النماذج أو أساليب الكميه،وهي:

١- نماذج رياضية تستخدم في ترشيد القرار المطلوب اتخاذه من خلال تصميم نظام مصغر يعبر بشكل أو بآخر عن النظام الفعلي ضمن ما يعرف بحالة المحاكاة للواقع، بحيث أن حل المشكلة ضمن نظام المحاكاة يمكن أن يؤدي إلى حلها في الواقع العملي، كما أن الهدف من ذلك يعود إلى أسباب اقتصادية، لان حجم الخسائر المتوقع من وقوع الخطأ في معالجة المشكلة في حالة نظام المحاكاة يكون محدود جدا بالقياس إلى حجم الخسائر في حالة وقوع الخطأ في أصل المشكلة المطلوب معالجتها في الواقع العملي لمنظمات الأعمال.

٢- نماذج رياضية تستخدم في وضع مقياس امثل للمقارنة بحيث أن ذلك يكون على أساس توفر كافة الظروف والإمكانات المواكبة الذي يعتبر شرطا لكي يمكن أن يصبح الحل ممكنا كما هو الحال في عملية تصميم العداد الخاص بالسرعة في المركبات المختلفة.حيث من المعلوم أن العداد المذكور يصمم في معظم الحالات لكي يقيس مدى السرعة الذي قد يصل إلى ٢٠٠ كيلو متر بالساعة أو أكثر من ذلك على افتراض أن تكون كل الظروف والعوامل المؤثرة في الوصول إلى هذه السرعة هي بحالة مثالية (سلامة الإطارات،سلامة الحالة التقنية للمركبة ،خلو الشارع من أية معوقات ،....الخ).

ويبقى هذا الرقم هو الحالة المثالية للقياس الذي يصل إلية سائق المركبة وقد لا يصل كذلك يمكن تقديم مثال على هذا الحالة عند استخدام أسلوب البرمجة الخطية وبالتحديد طريقة السمبلكس (simplex method) في تخطيط الإنتاج وتحديد المنتوج الأمثل الذي يحقق الاستخدام الكامل لمستلزمات الإنتاج ويضمن اكبر عائد ممكن

لمنظمة الأعمال مع افتراض أن تكون كل العوامل المؤثرة في الإنتاج في المنظمة المذكورة ثابتة مع توفر كل مستلزمات الإنتاج بشكل تام وبالكمية المطلوبة لذلك فان تحديد المنتج الأمثل أو خطة الإنتاج المثلى قد لا يكون قابل للتطبيق في واقع الحال بالكامل،إلا أن الغرض من هذه العملية هو اعتماد المؤشرات التي يتم الحصول عليها في تطبيق الأسلوب المشار إليه أعلاه كأساس لعملية المقارنة والتحليل وبالتالي ترشيد القرارات المطلوب اتخاذها أو ظل تغير واحد أو أكثر من العوامل المؤثرة في الإنتاج أو في ظل عدم توفر بعض مستلزمات الإنتاج بالكمية والنوعية المطلوبة .

تدريب ٤:

- ما هو دور الاساليب الكمية في ترشيد القرارات؟

١ – ٤ : اتخاذ القرارات الإدارية:

إن اتخاذ القرارات الإدارية في منظمة الأعمال هي ترجمة فعلية لما هو مطلوب تحقيقه من أهداف ومهام،وهي مهمة تناط عادة بالمدير (manager) سواء كان موقع هذا المدير في مستوى الإدارة العليا أو الإدارة التنفيذية، وهذه المهمة لا تتم بشكل فجائي بل بالعكس هي عبارة عن عملية منسقة تجري وفق صلاحيات منطقية محكومة بإمكانات محددة ويتم تنظيم هذه العملية وفق صلاحيات معينه، ونظرا لأهمية هذه العملية سوف يتم أدناه الدخول في تفصيلاتها مع بيان أنواع القرارات التي يمكن أن ترد في هذا الصدد.

١ – ٥ :عملية اتخاذ القرارات :

تعتبر عملية اتخاذ القرارات جوهر العملية الإدارية بشكل عام،حيث يصب المدراء جل اهتمامهم عليها، ويقصد بعملية اتخاذ القرار بأنها مجموعه الخطوات التي يقوم بها متخذ القرار من اجل الوصول إلى الهدف الذي يسعى من أجلة ويرد في هذه الصدد تسميات مختلفة لهذه الخطوات إلا أنها بشكل عام تتمحور حول التسميات التالية :

تحديد المشكلة التي تتطلب اتخاذ القرار بصددها.
تحديد الهدف المطلوب تحقيقه أو الوصول إلية .
جميع البيانات اللازمة عن المشكلة وتطوير البدائل المتوفرة.
التحليل والمقارنة بين البدائل المتوفرة.
تطبيق المعايير اللازمة لاختيار البديل الأفضل.

المباشرة بتنفيذ البديل الذي وقع الاختيار علية (تنفيذ القرار).
مراقبة عملية التنفيذ وإجراء عمليات التعديل أو التحويل إذا لزم الأمر ذلك.

وعلى الرغم من وجود الخطوات هذه واعتمادها بشكل أو بآخر من قبل المدير إلا أن واقع الحال قد يكشف عن ثغرات معينة في عملية اتخاذ القرارات، بحيث يكون القرار ضعيفا أو خاطئا، وقد يعزى ذلك إلى الغموض في الظروف المحيطة بالقرار أو عدم مصداقية المعلومات التي جمعها بخصوص المشكلة المطلوب اتخاذ القرار يصددها، ومن الأسباب الأخرى التي قد تؤدي إلى حدوث ثغرات في عملية اتخاذ القرار تعود إلى الفلسفة التي يتبناها متخذ القرار،فهناك من يتبع المدرسة العقلانية الكمية وما يرافق ذلك من صعوبات تتعلق بالتعامل مع النماذج الرياضية وخاصة عندما يتعلق الأمر بالتعبير عن مشاعر وطموح العاملين ومن المعروف أن النموذج الرياضي الكمي عقيم لا يستوعب هذه العوامل ولا يأخذها بنظر الاعتبار.وهناك من يتبع المدرسة السلوكية الإنسانية الذي لا يستطيع بشكل أو بآخر التعامل مع المؤشرات الرقمية والتفسيرات الكمية للكثير من ظواهر ونتائج القرار.وسواء كان متخذ القرار يتبنى ويعتمد المنهج الكمي أو المنهج السلوكي،فأنة إذا كان يسعى إلى اتخاذ القرار الأمثل، ونتيجة لما ذكر بحق هذين المنهجين فأنة سوف يضطر إلى البحث عن حلا وسطا لإشباع متطلبات المعطيات المتناقضة وعندها يكتفي أو يقتنع باتخاذ القرار الأفضل أو الممكن وهو اضعف الإيمان.

تدريب ٥: – بين كيف تكون عملية اتخاذ القرارات؟

١ – ٦ : أنواع القرارات :

أن القرار هو ترجمة لرغبة معينة تتحول إلى فعل في الواقع العملي، وهو أيضا تعبير عن إرادة وتصميم معين من قبل جهة تعرف باسم متخذ القرار أو المدير أو المسئول، وهذه الرغبة أو الإدارة تتحول في الواقع العملي إلى فعل لانجاز مهام أو إحداث تغير محدد في البيئة التي يتخذ القرار يصددها، ويفترض في هذه الحالة أن هناك تخويل واضح أو صلاحيات واضحة وكافية لاتخاذ القرار. ويمكن أن يقسم القرار إلى أنواع مختلفة وذلك حسب وجهة النظر أو الزاوية التي ينظر إلى المشكلة من خلالها وبقدر تعلق الأمر بدراستنا هذه فان بالإمكان تحديد الأنواع التالية من القرارات:

أولا: إذا اخذ بنظر الاعتبار درجة اقتراب أو ابتعاد القرار عن تحقيق الهدف أو بالقياس إلى مضمون نتائجه النهاية فان بالإمكان تحديد الأنواع التالية للقرارات:

١–القرار الأمثل optimal decision

٢–القرار الأفضل best decision

٣-القرار الممكن feasible decision

حيث أن للنوع الأول نتائج مادية أفضل من الثاني. والثاني نتائجه أفضل من الثالث وهكذا.

ثانيا: إذا اخذ بنظر الاعتبار البيئة التي يتخذ القرار ضمنها من حيث مدى توفر عامل التأكد أو وجود نوع من الاحتمالية في تحقيق الأهداف التي يسعى إليها متخذ القرار، فانه بالإمكان تحديد الأنواع التالية من القرارات :

١-القرار في ظل حالة التأكد التام decision under certainty

٢-القرار في ظل حالة الخاطرة (عدم التأكد) decision under risk

٣-القرار في ظل عدم التأكد decision under uncertainty

وبالنظر لأهمية هذا التصنيف في دراستنا هذه فإننا سوف نعتمده في الفقرات القادمة كأساس في توضيح فكرة تطبيق واستخدام الأساليب الكمية في اتخاذ القرارات الإدارية المختلفة مع الإشارة بشكل أو بآخر إلى التصنيف الأول (الأمثل ،الأفضل ،الممكن) بقدر تعلق الأمر بعملية تمييز القرار من حيث نتائجه النهائية.

قبل الدخول في توضيح كيفية اتخاذ وتفسير طبيعة كل واحد من القرارات السابقة ،لابد من توضيح المفاهيم التالية:

البديل variant الإستراتيجية (s)التي تعتمد من قبل متخذ القرار في مواجهة المتغيرات والمشاكل المختلفة التي تتواجد ضمن بيئة القرار، ومثال هذه البدائل أو الاستراتيجيات هو اعتماد مبدأ البيع مع قبول حالة البضاعة أو الإنتاج التالف وما شابة ذلك.

حالات الطبيعة state of nature وتعبر هذه الحالات عن مستويات مختلفة من المشكلة المطلوب معالجتها، أو على وجه التحديد والدقة الأهداف المتفاوتة والمرجحة بنسب مختلفة والتي يسعى متخذ القرار إلى بلوغها من خلال استخدام البدائل أو استراتيجيات الوارد ذكرها أعلاه، ومن الأمثلة على حالات الطبيعة هو تحقيق مستوى معين من الطلب على البضاعة أو الإنتاج المباع مثل البيع بطلب عالي أو متوسط أو ضعيف وما شابه ذلك. ومن الجدير بالذكر هنا أن حالات الطبيعة ربما تكون مواقف وظروف بيئة تتعلق بالطقس، مثل الأمطار بكميات مختلفة ،أو درجات حرارة مختلفة او هبوب الرياح أو سقوط الثلوج وما شابة ذلك من حالات الطبيعة التي يتم اعتماد بصددها استراتيجيات وبدائل مختلفة.

أن البدائل المتوفرة وحالات الطبيعة تشكل مع بعضها البعض مصفوفة رقمية كما هو واضح أدناه:

حالات الطبيعية البدائل (استراتجيات)	حالة الطبيعة no.1 حالةالطبيعةno.2 حالة الطبيعة...no.3 حالة الطبيعة			
البدائل الثاني (s)				
البدائل الثالث (s)				
البدائل الأول (s)				

أن نقطة تقاطع البدائل مع حالات الطبيعة تؤدي إلى ظهور ما يلي :

الإيرادات المتوقعة/ إذا كانت المصفوفة تتعلق بمقدار الربح الذي يمكن أن يحصل علية متخذ القرار باعتماده إستراتيجية معينة أو اختيار بديل معين.

التكاليف المتوقعة /إذا كانت المصفوفة تتعلق بمقدار التكاليف أو الخسائر التي يمكن أن تلحق بمتخذ القرار باعتماده إستراتيجية معينة أو اختيار بديل معين.ويتم عادة اختيار أعلى القيم في حالة الإيرادات وأدنى قيمة في حالة التكاليف.

تدريب ٦:

- ما هي انواع القرارات ؟

نخلص مما سبق الى ان الاساليب الكمية تركز بشكل رئيسي على مفهوم المنظمة ومفهوم الاساليب الكمية حيث انه على ما يبدو بان هناك العديد من انواع الاساليب الكمية التي تتمثل في الحل الممكن والحل الافضل والحل الامثل كما ان هناك الاساليب الكمية الاخر التي تتنوع ومنها البرمجة الخطية والبرمجة الديناميكية ونماذج الخزين الاحصائية بالاضافة الى ذلك يمكن ان يتم عملية اتخاذ القرارات باسلوب علمي فضلا عن ذلك يمكن لصانع القرار ان يتخذ العديد من انواع القرارات .

<u>الاجابة على التدريبات :</u>

اجابة التدريب ١: مفهوم منظمة الاعمال باعتبارها ذلك التجمع المنظم للأفراد الذي يهدف إلى تحقيق غرض محدد يرتبط بتحقيق عائد أو مردود مالي للجهة المالكة أو القائمة على إدارة المنظمة المذكورة.

اجابة التدريب٢: الأساليب الكمية تمثل مجموعة من الأدوات Tools أو الطرق Methods التي تستخدم من قبل متخذ القرار لمعالجة مشكلة معينة أو لترشيد القرار الإداري المزمع اتخاذه بخصوص حالة معينة،ويفترض في هذه الحالة توفر القدر الكافي من البيانات المتعلقة بالمشكلة .ويتطلب تطبيقها واستخدامها أيضا تحديد الفرضيات والعوامل المؤثرة بشكل مباشر أو غير مباشر .

الاساليب الكمية عرفها البعض بأنها تلك الأطر الرياضية أو الكمية التي من خلالها يتم استيعاب كافة مفردات المشكلة والتعبير عنها بالاعتماد على العلاقات الرياضية (معادلات أو متباينات)وذلك كخطوة أولى نحو معالجتها وحلها ويتم تدعيم هذه الأطر الرياضية بالبيانات اللازمة التي يتصف البعض منها في كونها من الثوابت والبعض الآخر من المتغيرات بما يتناسب وطبيعة المشكلة المدروسة.وبذلك تكون هذه الأطر الرياضة بمثابة الوسيلة أو الأسلوب التي من خلالها يتم معالجة المشكلة في الوقع العملي بعد أن يتم استيعاب معظم متغيراتها وثوابتها بحيث يتم التوصل في النهاية إلى الحل المطلوب لها.

اجابة التدريب ٣:

أولا:أساليب كمية مختلفة:

١.البرمجة الخطية : linear programming . ٢.البرمجة الديناميكية Dynamic programming-٣
.نماذج الخزين Inventory models ٤.شبكات العمل Networks ٥.نماذج
الانتظار Queuing models ٦.نظرية القرار Decision theory ٧.المحاكاة Simulation

٨.نظرية الاحتمالات probabilities theory

٩.نظرية المباريات Games theory

١٠.الأساليب الرياضيه والجبرية Mathematical & Algebraic

١١. سلاسل ماركوف Markov chains

١٢. أسلوب المصفوفات Matrices Methods

١٣. نماذج التدفق

Transshipment

ثانيا :الأساليب الإحصائية :

١-أسلوب الارتباط. ٢-أسلوب الانحدار. ٣-.نماذج التوقع . ٤-المقاييس ولاختبارات الإحصائية

اجابة التدريب ٤:

لابد من اعتماد منهج علمي واضح قائم على أساس الاستعانة بتطبيق أساليب الكمية في ترشيد عملية اتخاذ.أن استخدام أو تطبيق أساليب الكمية عادة يتم في اتجاهين أساسيين وهما:

أولا: ألمساهمه المباشرة في عملية حل المشكلات التي تواجه كما هو الحال في استخدام أسلوب المخططات الشبكية أو ما يعرف بأسلوب شبكة الأعمال لأغراض التخطيط والرقابة .وكذلك في حالة استخدام نماذج الخزين (المحددة آو الاحتمالية) في تحديد حجم الدفعة الاقتصادية وتحديد مستوى الأمان أو ما شابه ذلك.

ثانيا: المساهمة بشكل غير مباشر في حل المشكلات التي تواجه منظمات الأعمال من خلال ترشيد القرار الإداري المطلوب اتخاذه .

ويكون ذلك أيجاد حاله مناسبة او مثاليه (ما يجب أن يكون عليه الحال)لأجل المقارنة مع ما هو كائن في الواقع العملي ،وفي هذا المجال يتم التمييز بين نوعين من النماذج أو أساليب الكميه،وهي:

٣- نماذج رياضية تستخدم في ترشيد القرار المطلوب اتخاذه من خلال تصميم نظام مصغر يعبر بشكل أو بآخر عن النظام الفعلي ضمن ما يعرف بحالة المحاكاة للواقع، بحيث أن حل المشكلة ضمن نظام المحاكاة يمكن أن يؤدي إلى حلها في الواقع العملي، كما أن الهدف من ذلك يعود إلى أسباب اقتصادية، لان حجم الخسائر المتوقع من وقوع الخطأ في معالجة المشكلة في حالة نظام المحاكاة يكون محدود جدا بالقياس إلى حجم الخسائر في حالة وقوع الخطأ في أصل المشكلة المطلوب معالجتها في الواقع العملي لمنظمات الأعمال.

٤- نماذج رياضية تستخدم في وضع مقياس امثل للمقارنة بحيث أن ذلك يكون على أساس توفر كافة الظروف والإمكانات المواكبة الذي يعتبر شرطا لكي يمكن أن يصبح الحل ممكنا كما هو الحال في عملية تصميم العداد الخاص بالسرعة في المركبات المختلفة.حيث من المعلوم أن العداد المذكور يصمم في معظم الحالات لكي يقيس مدى السرعة الذي قد يصل إلى ٢٠٠ كيلو متر بالساعة أو أكثر من ذلك على افتراض أن تكون كل الظروف والعوامل

المؤثرة في الوصول إلى هذه السرعة هي بحالة مثالية (سلامة الإطارات،سلامة الحالة التقنية للمركبة ،خلو الشارع من أية معوقات ،....الخ).

اجابة التدريب٥: بين كيف تكون عملية اتخاذ القرارات؟

تكون عملية اتخاذ القرارات من خلال ما يلي :

تحديد المشكلة التي تتطلب اتخاذ القرار بصددها.

تحديد الهدف المطلوب تحقيقه أو الوصول إلية .

جميع البيانات اللازمة عن المشكلة وتطوير البدائل المتوفرة.

التحليل والمقارنة بين البدائل المتوفرة.

تطبيق المعايير اللازمة لاختيار البديل الأفضل.

المباشرة بتنفيذ البديل الذي وقع الاختيار علية (تنفيذ القرار).

مراقبة عملية التنفيذ وإجراء عمليات التعديل أو التحويل إذا لزم الأمر ذلك.

اجابة التدريب ٦: ما هي انواع القرارات؟

تتمثل انواع القرارات مما يلي :

١-القرار في ظل حالة التأكد التام decision under certainty

٢-القرار في ظل حالة الخاطرة (عدم التأكد) decision under risk

٣-القرار في ظل عدم التأكد decision under uncertainty

الفصل الثاني

نبذة موجزة عن الادارة و علم بحوث العمليات

محتويات		
	نبذة موجزة عن الادارة وعلم بحوث العمليات	الصفحة
الفصل الثاني	المقدمة : –	
	اهداف الفصل	
	– اقسام الفصل	
	القراءات المساعدة	
	٢– نبذة موجزة عن الادارة و علم بحوث العمليات	
	– علم الادارة	
	– تعريف الجميعة البريطانية.	
	– تعريف الجمعية الامريكية	
	– النظام – النموذج – انواع النماذج – النماذج الرياضية التجريدية	
	– حركة الادارة العلمية	
	– تعريف بعض المفكرين لبحوث العمليات	
	– المشكلة – خصائص المشاكل – خصائص بحوث العم	
	– مجالات بحوث العمليات	
	– مجالات عمل المتخصصين	
	٥ – قائمة المصطلحات	
	٦– قائمة المراجع	

المقدمـة :

التمهيد : عزيزي الدارس مرحباً بك الى هذا الفصل.

يهتم هذا الجزء بتقديم عرض تحليلي لعلم الادارة ، وتعريف الجمعية البريطانية لبحوث العمليات والجمعية الامريكية لبحوث العمليات، ومن ثم يتم التطرق الى مفهوم النظام والنموذج، وانواع النماذج ، كما سوف يتم التعرف على حركة الادارة العلمية ، فضلا عن ذلك يتم استعراض اراء بعض المفكرين لمفهوم بحوث العمليات ، ومن ثم يتم التطرق الى المشكلة وخصائص المشاكل التي تحلها، والتعرف على مجالات بحوث العمليات، ومجالات عمل المتخصصين.

أهداف الفصل:

بعد دراستك لهذا الفصل ستكون قادرا على ان :

١- التعرف على علم الادارة .

٢- التعرف على مفهوم بحوث العمليات بحسب الجمعية البريطانية والجمعية الامريكية.

٣- التعرف على النظام والنموذج.

٤- التعرف على حركة الادارة العلمية، وعلى المشكلة وخصائصها.

اقسام الفصل:

<u>عزيزي الدارس</u>: نود ان نلفت انتباهك الى ان هذا الفصل يتكون من سبعة اقسام اعدت لكي تحقق الاهداف الاساسية لهذا الفصل حيث يرتبط القسم الاول منه دراسة عرض تحليلي لعلم الادارة ، وتعريف الجمعية البريطانية لبحوث العمليات والجمعية الامريكية لبحوث العمليات، ومن ثم يتم التطرق الى مفهوم النظام والنموذج، وانواع النماذج ، كما سوف يتم التعرف على حركة الادارة العلمية ، فضلا عن ذلك يتم استعراض اراء بعض المفكرين لمفهوم بحوث العمليات ، ومن ثم يتم التطرق الى المشكلة وخصائص المشاكل التي تحلها، والتعرف على مجالات بحوث العمليات، ومجالات عمل المتخصصين.

القراءات المساعدة:

تمثل المراجع التالية قراءات إضافية مساعدة تتعلق بالموضوعات التي يتضمنها هذا الفصل، نرجو أن تحاول الاستفادة منها ما أمكن.

١- مؤيد الفضل (٢٠٠١) : الاساليب الكمية، عمان ،الاردن.

٢- عاصم عبد الرحمن الشيخ (١٩٩٩): بحوث العمليات، دار المناهج، عمان، الاردن.

٣- عبد الرسول الموسوي(١٩٩٩): بحوث العمليات، دار وائل، عمان، الاردن.

٤- حمدي طه (١٩٩٨) : بحوث العمليات، مترجم في دار المريخ، ترجمة الدكتور احمد حسين واخرون.

محتوى الفصل الثاني

نبذة موجزة عن الادارة و علم بحوث العمليات :

٢-١ علم الاداره: هو نظام جديد نسبيا يرجع الى العالم فريدريك تايلور في نهاية القرن التاسع عشر. هذا وقد تطورت علوم الاداره منذ عام ١٩٤٠م عندما تكون فريق من العلماء البريطانيين في مختلف التخصصات مثل الطبيعه والرياضيات برئاسة البروفيسور ((BLACETT.P.M.Sمن جامعة مانشستر لدراسة المشاكل التكتيكيه ولاستراتيجيه المتعلقة بالدفاعين الجوي والأرضي لبريطانيا.

. حقق هذا الفريق نتائج باهرة وكان من ضمنها تحسين منظومة الرادار للإنذار المبكر وتحسين الدفاع المدني وغيرها. وقد سمي هذا الفريق (بحوث العمليات).

. شجعت هذه النتائج ادارة الحرب الامريكيه على اجراء دراسات مماثله وما يلاحظ اليوم هو ان تطبيق بحوث العمليات قد تعدى المجال الحربي ليصل الى آفاق جديدة مثل :

(المصانع،ألمستشفيات بيوت ألمال تخطيط المدن ، المواصلات،بل وحتى التحقيق في الجريمة)

وقد كان ميلاد هذا العلم في عام ١٩٣٦

. تكونت المنظمات المتخصصة لتطور هذا العلم مثل:

. المعمل الامريكي للهندسة الصناعية (AIIE)

. جمعية البحوث والعمليات ١٩٥٣م (ORSA)

تعريف (مفهوم) بحوث العمليات (O R):

نظرا لاختلاف وجهات النظر حول تعريف وطبيعة بحوث العمليات فقد اقترحت الجمعيه البريطانيه لبحوث العمليات تعريفا له وكذلك تم التعريف من قبل الجمعية الامريكيه لبحوث العمليات

تعريف الجمعيه البريطانيه :

هي تطبيق الطرق والأساليب العلميه والرياضية لحل المسائل المعقده التى تظهر في توجيه تجارة النظم الكبيره(LAZAG SEAL SYEFEM)المكونه من:

(القوى العامله،الالات،الموارد من مواد خام وراس مال وذلك في مجال الصناعه، الاعمال، الجهات الحكوميه،الدفاع).

هدف هذا المفهوم : هو ابتكار نموذج عملي للنظام متطمنا عوامل قياس اداء النظام من فرص والتي بها يمكن التنبؤ ومقابلة البدائل القراريه والاستراتيجيه للمسأله تحت الدراسه ويكون الهدف النهائي هو مساعدة الاداره علميا في سياساتها واعمالها .

تعريف الجمعيه الامريكيه :

تختص بحوث العمليات في استخدام الطرق العلميه لتصميم وتشغيل النظم الكبيره المكونه من الانسان والآلات (MAN.MACHINE.SYSTAEMS)

وعادة لا تكون في الحالات التي تتطلب تخصيص الموارد والمصادر النادرة والمحددة.

فن وعلم بحوث العمليات(OR) the art and science of

يبحث علم بحوث العمليات في ايجاد احسن الحلول للمشكله القراريه decisin problem

تحت قيود الموارد المحدودة ويقترن تعبير بحوث العمليات باستخدام علماء النماذج الرياضيه (تحليل المسائل القراريه).

. ويوجد ايضاً كثير الطرق لحل المسائل (المشاكل) القراريه خلاف النماذج الرياضيه على وجه الخصوص تشمل عوامل هامه غير محسوسة وقد وجد ان نتائج النماذج الرياضيه التي يكون السلوك الانساني منها تأثير على المشكله .

مثال:.

دراسة الشكوى من الانتظار الطويل لاستخدام (مصعد) هذا وكوسيلة لحل المشكله يجب ان ينظر في بحوث العمليات على انها علم وفن .

الجانب العلمي يقع في استخدام الطرق الرياضيه والخوارزميات في حل مسائل ألقرارات بحوث العمليات فن لأنه نجاح المراحل السابقه وألاحقه لحل النموذج الرياضي للمشكلة يعتمد على درجه كبيره وعلى القدره الشخصيه والخلاقة لمحلل او متخذ القرارات.

التدريب ١: ماذا يقصد بعلم الادارة؟

٢-٢ النظام : The system والنموذج Model وانواعها

هي مجموعه من العناصر (Items . objects . components) تعمل وتتعاون معا لتحقيق عمل او هدف معين ومحدد ، وعناصر النظام وهدفه تعتمد على طبيعة النظام تحت الدراسه.

النموذج : Model

هو تمثيل للنظام تحت الدراسه يتركب من رموز وعلاقات تحكم آراء النظام سواء كانت علاقات منطقيه او علاقات ادائيه .

انواع النماذج:

يمكن تصنيف النماذج بصوره عامه الى:

. نماذج طبيعيه (نموذج معماري . لعب الاطفال وخلافه.....).

. نماذج تصويريه (الخرائط . الرسوم .....).

النماذج الرياضيه التجريديه Abstract.

هذا ويمكن تقسيم نماذج بحوث العمليات الى :.

. النماذج الرياضيه: تعتبر اهم نماذج بحوث العمليات ويفترض في هذه النماذج ان تكون المتغيرات والباراميتر والقيود ، وكذلك دالة الهدف لها كميات أي انه اذا كانت

Yj , j = 1, 2, 3, ... ,n .

هي المتغيرات القراريه للمسأله فأن الشكل الرياضي العام يمكن كتابته على الصوره :.

Objective function (دالة الهدف)

$Z = F(x1 , x2 , ...,xn)$

Subject to :

$Gi (x1 , x2 ,....., xn) \leq$

$= Bi$

$\geq$

$i = 1 ,2,3.....,m$

$x1, x2, \ldots\ldots\ldots\ldots, xn \geq 0$ حيث ان هذه القيود تسمى القيود اللا سلبيه

وان هذه القيود تستلزم ان تكون قيم المتغيرات موجبه ومساويه للصفر والتي تكون شرط في معظم المسائل العلميه وتبحث الامثليه (optimije)عند احسن قيمه لدالة الهدف سواء كانت تعظيم الربح او تقليل التكاليف حسب نوع دالة الهدف.

ولذلك ما أكثر القرارات التي يتخذها الإنسان وما أخطرها أحيانا . ولقد ظل اتخاذ لقرار يعتمد أساسا على بديهية وخبرة الإنسان الشخصية وشيئا فشيئا بدأ الاعتماد على الطرق العلمية يدخل في عملية اتخاذ القرار وخاصة بعد تطور العلوم وتشعب أنشطة الحياة المختلفة وهنا جاء دور بحوث العمليات.

ولفهم أسس البحث العلمي يجب أن نستعرض حركة الإدارة العلمية التي أثرت في الاتجاهات الحديثة في علم الإدارة وعملية اتخاذ القرار بالاعتماد في الإدارة على البحث العلمي.

التدريب٢: بين مفهوم النظام ، وبين مفهوم النموذج وانواعه؟

٢-٣ حركة الإدارة العلمية :

ظهرت حركة الإدارة العلمية في عام ١٩١١م عندما قدم فردريك ونسلو تيلور كتابه الشهير بعنوان(الإدارة العلمية)، الذي دعا فيه إلى ضرورة استبدال طريقة الحكم الشخصي والتجربة والخطأ بطريقة أخرى تعتمد على البحث العلمي في كل ما يتعلق بالأعمال الإدارية.

بدأت الاستخدامات الأولى لبحوث العمليات في تسخير العلوم لخدمة الأغراض العسكرية في الحرب العالمية الثانية من قبل أمريكا وبريطانيا حيث كانت تسمى آنذاك بحوث العمليات العسكرية.

وبعد النجاح الملحوظ الذي حققته بحوث العمليات في المجال العسكري ، انتبه رجال الأعمال والصناعة وغيرهم لذلك وفكروا في استخدام بحوث العمليات لحل الكثير من المشاكل في شتى مجالات الحياة كالصناعة والزراعة والاقتصاد وغيرها.

٢-٤ تعريف بحوث العمليات

تعريف واجنر : بحوث العمليات هي مدخل العلم المستخدم في حل المشكلات التي تصادف الإدارة العليا للمشروعات .

تعريف مورس ، و كمبال : بحوث العمليات هي تطبيق الطريقة العلمية بتوفير الأساس الكمي الذي يمكن الإدارة من اتخاذ القرارات .

كما انه يمكن أن تعرف بحوث العمليات بأنها علم يستخدم الطرق والأساليب العلمية لدراسة المشاكل المتصلة بالواقع ومن ثم إعطاء أفضل حلول لها ضمن الإمكانيات المتوفرة.

المشكلة :

تحل بحوث العمليات المشاكل التي يمكن حلها كميا لتحقيق الأرباح أو تقليل الخسائر. و يجب كوين المشكلة والتعرف على أبعادها: المحددات التي تؤدي إلى صياغة الهدف.

خصائص المشاكل التي تحلها بحوث العمليات : تكون المشكلة معقدة، هامة جدا، جديدة،تكرارية.

بحوث العمليات: توفر لمتخذ القرارات وسائل كمية تساعده في تشخيص المشاكل وتقييم الخيارات المختلفة.

كما ذكرنا سابقا استخدمت بحوث العمليات لأغراض عسكرية أثناء الحرب العالمية الثانية و قد أدى النجاح الذي حققته إلى دخولها إلى المنظمات المدنية وساعد على انتشارها:

ظهور طرق مختلفة لبحوث العمليات مثل السملبكس.

تطور الحاسوب وانتشاره.

خصائص بحوث العمليات: تتعدد الخصائص التي تتميز بها بحوث العمليات ومن ابرزها:

الاعتماد على الطرق العلمية.

الاعتماد على الأساس الكمي ممثلاً في أدوات وأساليب بحوث العمليات.

اتخاذ قرارات أكثر موضوعية بشكل اكبر من قبل الإدارة.

مجالات بحوث العمليات:

ولهذا العلم مجالات تطبيقية في معظم مجالات الحياة ومن الصعب ذكر جميع هذه المجالات ولكن نذكر منها على سبيل المثال لا الحصر ما يلي :

١. الصناعة والزراعة والاقتصاد :

لبحوث العمليات تطبيقات متعددة في مجالات الصناعة والزراعة والاقتصاد والتجارة نذكر منها على سبيل المثال :

أ. تخطيط الإنتاج:

من المعروف إن المؤسسات الصناعية (المصانع والمعامل) والإنتاجية (الشركات والمؤسسات) تقوم عادة بإنتاج عدة أصناف من المنتجات لكل صنف أرباح متوقعة وتكاليف إنتاج متوقعة . يتوفر للمؤسسة عادة موارد محدودة مثل محدودية عدد العمال والفنيين والأجهزة والميزانية المقررة والمواد الخام وغير ذلك من العوامل الأخرى . وتهدف المؤسسة عادة إلى زيادة الأرباح أو تقليل التكاليف أو تحسين مستوى جودة الإنتاج وقد نجحت بحوث العمليات نجاحا كبيرا في تقديم أفضل الحلول لهذا النوع من المشاكل.

ب . توزيع الإنتاج:

من المعروف إن المرحلة التي تلي الإنتاج هي توزيع الإنتاج إلى مراكز الاستهلاك في المناطق المختلفة بحيث تتم تلبية حاجة هذه المناطق. وتقدم بحوث العمليات طريقة تحقق الهدف المذكور أعلاه بأقل تكلفة ممكنة وينطبق ذلك على جميع أشكال توزيع المنتجات صناعية أو زراعية أو غيرها.

ج . مراقبة وضبط المخزون :

من المعروف إن زيادة حجم المخزون من المنتجات أو البضائع أو المواد الخام أو الأجهزة وغيرها يؤدي إلى تعطيل لرأس المال وزيادة تكاليف المخزون بالإضافة إلى الخسارة التي قد تنتج عن تلف البضائع . كما إن نقص مستوى المخزون من البضائع يؤدي إلى نقص في سد حاجة المستهلكين وخسارة الزبائن في السوق .وتقدم بحوث العمليات طريقة ناجحة في معالجة هذه المشكلة والوصول إلى أفضل حل يوازن بين جميع عناصر مثل هذه المشكلة .

د . الاستخدام الأمثل للموارد :

تتوفر عادة للمؤسسات أو الشركات الإنتاجية والاستثمارية مثل الشركات والبنوك والمؤسسات المالية موارد محدودة مثل الشركات والبنوك والمؤسسات المالية موارد محدودة مثل المواد الخام –الأجهزة –العمال الفنيين – الوقت –المال ،وترغب المؤسسات عادة بتوزيع هذه الموارد بأفضل طريقة ممكنة بحيث تكون العوائد (مثل الأرباح) الناتجة عنها أفضل ما يمكن . على سبيل المثال :

قد تتوفر لمؤسسة عدة فرص للاستثمار كل فرصة معروفة بعوائدها وترغب هذه المؤسسة بإيجاد أفضل بديل استثماري من بين عدة بدائل متوفرة لهذه المؤسسة .

مثل هذه المشاكل وغيرها يمكن حلها بطرق خاصة تقدمها بحوث العمليات .

٢. المواصلات :

تدخل مشاكل النقل والمواصلات في كثير من جوانب الحياة مثل :

أ . تنظيم حركة المرور بطريقة تجعل الوقت الذي يقضيه مستخدم الطريق من مكانه إلى هدفه اقل ما يمكن مما ينتج عنه ضرورة تنظيم الإشارات الضوئية والطرق في المدن بحيث تلبي هذا الغرض.

ب . تنظيم استخدام الهاتف بحيث يتيسر مرور اكبر قدر ممكن من المكالمات في شبكة الهاتف ويدخل في ذلك جعل تكاليف مرور المكالمات عبر الشبكة اقل ما يمكن .

ج . تنظيم رحلات الخطوط الجوية بحيث يتم تقليل زمن الرحلات ومسافتها مما ينتج عنه تقليل تكاليفها بحيث يتوازن ذلك مع تلبية الحاجة من الرحلات ويدخل في ذلك أيضا تنظيم أوقات خدمة القوى العاملة في هذا المجال كجعل الزمن الذي يقضيه الطاقم خارج بلده الأصلي اقل ما يمكن .

د. تنظيم المواصلات البرية مثل رحلات القطارات والرحلات البحرية بطرق وأهداف مماثله لما ورد في الرحلات الجوية.

و. الأمثلة المذكورة أعلاه هي أمثلة تطبيقية لما يسمى بنظرية الشبكات وتعالج هذه النظرية كذلك مشاكل متعددة مماثلة مثل تنظيم توزيع الطاقة الكهربائية وشبكات المياه وشبكات أنابيب الغاز وغيرها .

تستخدم بحوث العمليات طرق وأساليب يمكن من خلالها تقديم أفضل الحلول للمشاكل أعلاه في أ، ب، ج، د، و.

٣. التخطيط :

أ . تخطيط المشاريع : من المعروف أن المشاريع وخاصة الكبيرة منها تحتاج إلى زمن غير قصير للتنفيذ وتحتوي هذه المشاريع عادة على عدد كبير من الأعمال المتداخلة والمترابطة بعضها ببعض وان تنفيذها يتم على مراحل ومن المعروف أن أي خطا في تسلسل تنفيذ الأعمال الجزئية للمشروع أو أي تغيير غير مناسب في جدوله المراحل قد يجر خسائر كبيرة وقد يترتب على ذلك تأخير كبير في رسم التنفيذ .

بحوث العمليات لعبت وتلعب دورا كبيرا في تخطيط وتنظيم تسلسل الأعمال الجزئية لأي مشروع بحيث يكون كل من زمن التنفيذ والتكلفة اقل ما يمكن .

ويدخل في ذلك ايضا تخطيط وتنظيم الخطط التي تحددها الدولة أو المؤسسات مثل الخطط الخمسية أو المرحلية .

ب . تنظيم طاقات القوى العاملة : وهي الاستخدام الأمثل للطاقات المتوفرة من القوى العاملة في شتى تغطية اكبر قدر ممكن من الأعمال المطلوبة وينطبق هذا الكلام على القوى العاملة في الوزارات – المؤسسات – الشركات والمستشفيات فعلى سبيل المثال في المستشفيات تحتاج إلى تنظيم القوى العاملة من أطباء وفنيين وممرضين وممرضات بحيث يتم تقديم الخدمة لأكبر قدر ممكن من المرض وبمستوى معقول من الخدمة .

ج . جدولة الأعمال: وكمثال على ذلك عملية تنظيم أوقات طواقم العمل في المستشفيات –شركات الطيران – المصانع – الشركات والمؤسسات بحيث يكون مردود العمل أفضل ما يمكن ويلبي الاحتياج بنفس الوقت .

د . التخطيط للتكامل الاقتصادي: ضمن بلد ما أو عدة بلدان بنفس الوقت كما هي الحال في السوق الأوروبية المشتركة مثلا : تلعب بحوث العمليات دورا كبيرا في تقديم أفضل الحلول لمثل المشاكل أعلاه .

٤. المجال العسكري :

كما اشرنا سابقا كان المجال العسكري هو أول مجالات تطبيق بحوث العمليات حيث استخدمته القوات البريطانية والأمريكية في إيجاد طرق البحث الأمثل عن الغواصات والسفن الحربية وتحديد المسارات المثلي للسفن والغواصات بغية تقليل إصاباتها من قبل القوات المعادية . كما استخدمت القوات الأمريكية بحوث العمليات لإيجاد الطرق المثلى

لتوزيع المؤن والذخائر والمعدات العسكرية على قواتها المنتشرة في أرجاء العالم. وألان تمثل بحوث العمليات أحدث الأساليب العلمية التي تستخدم في اتخاذ القرار العسكري الصحيح ومن امثل ذلك هذه الاستخدامات :

الأمن القومي – أبحاث الفضاء –القصف الجوي الاستراتيجي – تنظيم عمليات الهجوم والدفاع والانسحاب – تنظيم العمليات البحرية ومقاومة الغواصات – تنظيم التحركات الجوية والبحرية والبرية – برامج التسليح المختلفة .

ثانياً : مجالات عمل المتخصصين في بحوث العمليات :

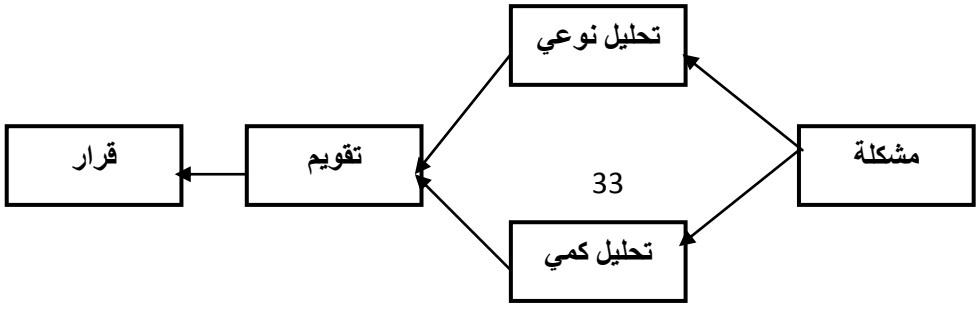
يتضح مما سبق أن الحاصلين على درجة البكالوريوس في بحوث العمليات يمكنهم أن يقوموا بالكثير من أعمال التخطيط والتنظيم والمراقبة في نواحي متعددة نذكر منها على سبيل المثال لا الحصر ما يلي :

جدول (١)

مجالات العمل

نوع العمل	مجالات العمل
برمجة وتخطيط وتوزيع الإنتاج	كافة المصانع (مصانع الاسمنت، مصافي النفط ،... الخ) المعاد ،المزارع ... الخ وكافة القطاعات الإنتاجية .
تخطيط ومراقبة عمليات التخزين	كافة القطاعات العامة والخاصة التي تقوم بتخزين المنتجات حتى يس توزيعها إلى مراكز الاستهلاك مثل المصانع و المعامل و شركات الاد و التصدير و الموانئ البرية والجوية والمجمعات التجارية بكافة أنواع
تخطيط ومراقبة المشاريع وجدولة الأعم	كافة القطاعات العامة والخاصة التي تقوم بتنفيذ مشاريع من أي نوع أو بتوكيل من يقوم بتنفيذها . وكذلك القطاعات العامة والخاصة التي تد لوضع خطط مرحلية (سنوية خمسية) وتحتاج لجدولة أعمالها (كشر المقاولات والشركات الإنشائية ...الخ).
تنظيم عمليات الاتصالات والنقل	وزارة الاتصالات و وزارة النقل والمواصلات ، الخطوط الجوية والبر والبحرية ...الخ .
تخطيط العمليات الاقتصادية والمالية	وزارة المالية والاقتصاد الوطني ، المؤسسات المالية ، البنوك ، صنا الائتمان ،المؤسسات النقد ،المؤسسات الاستثمارية ... الخ .
تخطيط وتنظيم	المجال العسكري والأمني كالقوات المسلحة.

الوسائل الكمية وعملية اتخاذ القرار:



شكل (1-1)

عملية التحليل الكمي: عملية صنع القرار وعلم الإدارة

تتضمن عملية صنع القرار الخطوات التالية

تعريف المشكلة وجمع البيانات

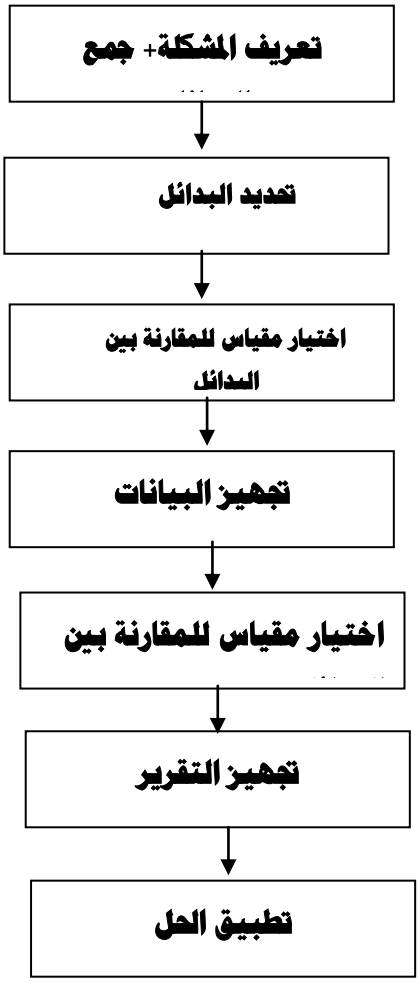
بناء النموذج:تحديد البدائل

حل النموذج: اختيار مقياس للمقارنة بين البدائل

تجهيز التقرير

تقويم البدائل

اختيار أحد البدائل: تطبيق الحل



شكل (٢-٢)

شكل (٢-٢)

التدريب ٣: بين مجالات العمل لمتخصص بحوث العمليات؟

اجابة التدريبات :

اجابة التدريب١: بين مفهوم علم الادارة؟

علم الاداره: هو نظام جديد نسبيا يرجع الى العالم فريدريك تايلور في نهاية القرن التاسع عشر. هذا وقد تطورت علوم الاداره منذ عام ١٩٤٠م عندما تكون فريق من العلماء البريطانيين في مختلف التخصصات مثل الطبيعه والرياضيات برئاسة البروفيسور ((BLACETT.P.M.Sمن جامعة مانشستر لدراسة المشاكل التكتيكيه ولاستراتيجيه المتعلقة بالدفاعين الجوي والأرضي لبريطانيا

اجابة التدريب ٢ : بين مفهوم النظام والنموذج وبين انواعة؟

النظام : The system والنموذج Model وانواعه

هي مجموعه من العناصر (Items . objects . components) تعمل وتتعاون معا لتحقيق عمل او هدف معين ومحدد ، وعناصر النظام وهدفه تعتمد على طبيعة النظام تحت الدراسه.

النموذج : Model

هو تمثيل للنظام تحت الدراسه يتركب من رموز وعلاقات تحكم آراء النظام سواء كانت علاقات منطقيه او علاقات ادائيه .

انواع النماذج:

يمكن تصنيف النماذج بصوره عامه الى:

. نماذج طبيعيه (نموذج معماري . لعب الاطفال وخلافه.....).

. نماذج تصويريه (الخرائط . الرسوم .....).

النماذج الرياضيه التجريديه Abstract.

هذا ويمكن تقسيم نماذج بحوث العمليات الى :.

. النماذج الرياضيه: تعتبر اهم نماذج بحوث العمليات ويفترض في هذه النماذج ان تكون المتغيرات والباراميتر والقيود ، وكذلك دالة الهدف لها كميات أي انه اذا كانت

Yj , j = 1, 2, 3, ... ,n .

هي المتغيرات القراريه للمسأله فأن الشكل الرياضي العام يمكن كتابته على الصوره :.

Objective function (دالة الهدف)

$Z = F(x1 , x2 , ...,xn)$

Subject to :

$Gi (x1 , x2 ,....., xn) \leq$

$= Bi$

$\geq$

$i = 1 ,2,3.....,m$

$x1 ,x2 , ..., xn \geq 0$ حيث ان هذه القيود تسمى القيود اللا سلبيه

اجابة التدريب٣: ما هي مجالات العمل لمتخصص بحوث العمليات؟

مجالات العمل لمتخصص بحوث العمليات

نوع العمل	مجالات العمل
برمجة وتخطيط وتوزيع الإنتاج	كافة المصانع (مصانع الاسمنت، مصافي النفط ،... الخ) المعامل ،المزارع .. وكافة القطاعات الإنتاجية .
تخطيط ومراقبة عمليات التخزين	كافة القطاعات العامة والخاصة التي تقوم بتخزين المنتجات حتى يسهل توزيعها مراكز الاستهلاك مثل المصانع و المعامل و شركات الاستيراد و التصدير و المو البرية والجوية والمجمعات التجارية بكافة أنواعها.
تخطيط ومراقبة المشاريع وج الأعمال	كافة القطاعات العامة والخاصة التي تقوم بتنفيذ مشاريع من أي نوع أو تقوم بتوكي يقوم بتنفيذها . وكذلك القطاعات العامة والخاصة التي تحتاج لوضع خطط مرحل

	سنوية خمسية) وتحتاج لجدولة أعمالها (كشركات المقاولات والشركات الإنشائ ...الخ).
تنظيم عمليات الاتصالات وا	وزارة الاتصالات و وزارة النقل والمواصلات ، الخطوط الجوية والبرية والبحرية ...
تخطيط العمليات الاقتصادية و	وزارة المالية والاقتصاد الوطني ، المؤسسات المالية ، البنوك ، صناديق الائتما ،المؤسسات النقد ،المؤسسات الاستثمارية ... الخ .
تخطيط وتنظيم	المجال العسكري والأمني كالقوات المسلحة.

تمارين الفصل الثاني

س ١: ماذا تعرف عن بحوث العمليات؟ وما اهميتها؟

س٢: عرفت الجمعية البريطانية بحوث العمليات وضح ذلك؟

س٣: حسب تعريف الجمعية الامريكية لبحوث العمليات ما هو الفرق بين هذا التعريف مع تعريف الجمعية البريطانية؟

س٤: ما هي مجالات العمل لمتخصص بحوث العمليات؟

س٥: بين المقصود بالأساليب الكمية؟

الفصل الثالث

البرمجة الخطية (صياغة المشكلة وطريقة الرسم البياني)

محتويات		
		الصفحة
الفصل الثالث		
	المقدمة : –	
	١–١ اهداف الفصل	
	١–٢ اقسام الفصل	
	١–٣ القراءات المساعدة	

	صياغة المشكلة وطريقة الرسم البياني	
	– البرمجة الخطية.	
	– **البرمجة الخطية ومجالات تطبيقاتها.**	
	– **مفهوم البرمجة الخطية.**	
	– **امثلة على صياغة البرمجة الخطية.**	
	– **طرق حل نموذج البرمجة الخطية.**	
	–	
	٥ – قائمة المصطلحات	
	٦– قائمة المراجع	

المقدمة:

التمهيد: عزيزي الدارس مرحباً بك الى هذا الفصل.

يهتم هذا الجزء بتقديم عرض تحليلي لمفهوم البرمجة الخطية ومجالاتها ، ومن ثم دراسة كيفية صياغة المشكلة وبعدها يتم حل تلك المشكلات بطرق عديدة منها طريقة الرسم البياني ومنها الطريقة الجبرية .

أهداف الفصل:

بعد دراستك لهذا الفصل ستكون قادرا على ان:

١- التعرف على مفهوم البرمجة الخطية .

٢- التعرف على مجالات البرمجة الخطية

٣- التعرف على طرق حل مشكلات البرمجة الخطية.

اقسام الفصل:

عزيزي الدارس : نود ان نلفت انتباهك الى ان هذا الفصل يتكون عدة اقسام تتمثل في مفهوم البرمجة الخطية وطرق صياغة مشكلات البرمجة الخطية وطرق حل البرمجة الخطية.

القراءة المساعدة:

تمثل المراجع التالية قراءات إضافية مساعدة تتعلق بالموضوعات التي يتضمنها هذا الفصل، نرجو أن تحاول الاستفادة منها ما أمكن.

١- مؤيد الفضل (٢٠٠١) : الاساليب الكمية، عمان ،الاردن.

٢- عاصم عبد الرحمن الشيخ (١٩٩٩): بحوث العمليات، دار المناهج، عمان، الاردن.

٣- عبد الرسول الموسوي(١٩٩٩): بحوث العمليات، دار وائل، عمان، الاردن.

٤- حمدي طه (١٩٩٨) : بحوث العمليات، مترجم في دار المريخ، ترجمة الدكتور احمد حسين واخرون.

محتوى الفصل الثالث

البرمجة الخطية (صياغة المشكلة وطريقة الرسم البياني)

٢-١ البرمجة الخطية: تمثل البرمجة الخطية أسلوب رياضي يستهدف الوصول إلى تحقيق الحل الأمثل (أعلى ربح، أو أقل تكلفة) عبر عدة طرق للموارد المتاحة.

المشاكل التي يمكن ان تعالجها البرمجة الخطية:

تخطيط الاستثمار: اختيار البديل المناسب من كمية محدودة من الموارد لتحقيق الأرباح.

تخطيط الإنتاج: استخدام الموارد على شكل شبكة للوصول إلى أعلى الأرباح أو أقل خسارة.

مشاكل النقل: عند انتشار الوحدات الإنتاجية أو الأسواق في مناطق جغرافية متعددة نبحث عن انسب الطرق لتحقيق الأرباح تقليل الخسائر.

٢-٢ البرمجة الخطية ومجالات تطبيقها

الصناعة : لوضع جدول إنتاج وسياسة مخزون لمقابلة الطلب مستقبلاً الحالة المثلى أن يقابل كل من الجدول والسياسة والطلب ، وفي الوقت نفسه تخفض تكاليف الإنتاج والمخزون إلى أقصى حد ممكن .

التحليل المالي: حيث يحتاج المحلل المالي إلى اختيار سياسة مالية من بين عدة اختيارات . ويهدف المحلل هنا إلى اختيار السياسة التي تحقق أقصى عائد من الاستثمار

التسويق : قد يحتاج مدير التسويق إلى معرفة ما هي أفضل طريقة لتوزيع ميزانية إعلان بين أنواع وسائل الإعلام المختلفة مثل ألإذاعة، والتلفزيون ، والصحف ، والمجلات، ويهدف المدير هنا إلى تحديد المزيج الإعلامي الذي يحقق أعلى عائد من الإعلان.

توزيع ونقل البضائع : مثال لدى شركة مستودعات في عدة مواقع في المملكة ويقابل ذلك عدد محدد من الزبائن الذين يطلبون بضائع تلك الشركة وتهدف الشركة إلى معرفة كمية تلك البضائع الواجب شحنها من كل مستودع إلى كل زبون بحيث تكون تكاليف النقل أقل ما يمكن.

٢-٣ مفهوم البرمجة الخطية linear programming

يمكن تعريف البرمجة الخطية بأنها أسلوب رياضي لتوزيع مجموعة من الموارد والإمكانيات المحدودة على عدد من الحاجيات المتنافسة على هذه الموارد ضمن مجموعة من القيود والعوامل الثابتة بحيث يحقق هذا التوزيع أفضل نتيجة ممكنة، أي يكون مثالياً.

أن تعبير برمجة يعني وضع خطوات لحل مسألة أو موضوع ما لبلوغ وتحديد هدف معين.أما تعبير خطي يعني افتراض تغير الظاهرة التي نقوم بدراستها بصورة خطية (علي شكل خط مستقيم وغالباً ما يستخدم هذا الافتراض لتقريب الواقع إلي صيغة رياضية سهلة.

بناء أو صياغة نموذج البرمجة الخطية:

إن أهم مرحلة في البرمجة الخطية هي مرحلة إنشاء نموذج البرمجة الخطية، ونعني بالنموذج هو التعبير عن علاقات واقعية بعلاقات رياضية مفترضة ومبنية على دراسة الواقع وتحليله تبعا لصيغة المسالة. يمكن تقييم النموذج أما بيانيا أو رياضيا.

وبعد الانتهاء من تكوين النموذج الملائم يجب التأكد من مطابقته للمشكلة قيد الدراسة ثم الانتقال إلى المرحلة الثانية وهي مرحلة تقيمه وتحليله للتعرف على تأثيرات العوامل المختلفة في المشكلة والوصول إلى الحل المناسب.

مكونات نموذج البرمجة الخطية:

دالة الهدف Objective Function: وتبين هذه الدالة الهدف المنشود والذي نرغب في تحقيقه ويكون الهدف عادة الوصول إلى أقصي ربح ممكن أو أدني تكلفة ممكنة.

وتتكون دالة الهدف من المتغيرات التي تشير إلى المنتجات المختلفة والممكن إنتاجها على أن يكون المعامل الخاص بكل متغير ربح الوحدة الواحدة من المنتجات في حالة دالة الربح أو أن يكون المعامل عبارة عن تكلفة الوحدة الواحدة من المنتجات في حالة تخفيض دالة التكلفة.

مجموعة القيودConstraints : وتشير هذه القيود عادة إلى كمية الموارد المتاحة أو العلاقات الفنية التي توضح ما تحتاجه كل وحدة إنتاج من كل مورد من الموارد المتاحة المحدودة.

شرط عدم السالبية Non-negativity: ويعني هذا الشرط أن جميع المتغيرات في المشكلة قيد الدراسة لا يمكن أن تكون سالبة ، بل يمكن أن تكون موجبة أو صفرية.

وسوف نستعرض بناء نموذج البرمجة الخطية من خلال الأمثلة التالية:

مثال1: تقوم شركة لصناعة الحقائب الجلدية بإنتاج نوعين من الحقائب هما A , B وكل نوع يمر بماكينتين، الماكينة الأولى طاقتها التشغيلية 12 ساعة في اليوم والماكينة الثانية طاقتها التشغيلية 14 ساعة في اليوم، فإذا علمت أن النوع A يحتاج 3 ساعات على الماكينة الأولى و5 ساعات على الماكينة الثانية والنوع B يحتاج إلى 5 ساعات على الماكينة الأولى و6 ساعات على الماكينة الثانية.

المطلوب شكل صيغة نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة والذي يحقق أعلى ربح ممكن إذا كان ربح الحقيبة الواحدة من النوع A يساوي 300 ريال وربح الحقيبة الواحدة من النوع B يساوي 600 ريال.

الحل:

مما تقدم من المعلومات السابقة يمكن صياغة نموذج البرمجة الخطية على النحو التالي:

دالة الهدف نلاحظ من خلال النص أن الهدف هو زيادة الأرباح (Max) ومن اجل الوصول إلى أقصي ربح ممكن.

نفرض إن عدد الحقائب التي سيتم إنتاجها من النوع A هي X_1

نفرض إن عدد الحقائب التي سيتم إنتاجها من النوع B هي X_2

كل حقيبة من النوع A تعطي ربح مقداره 300 ريال فإذا تم إنتاج X_1 حقيبة فان الربح الناتج يساوي $300X_1$

وبنفس الطريقة كل حقيبة من النوع B تعطي ربح مقداره 600 ريال فإذا تم إنتاج X_2 حقيبة فان الربح الناتج يساوي $600X_2$

وبما أن الربح يتحقق من كلا المنتجين فان الربح الإجمالي يكون عبارة عن مجموع أرباح A و أرباح النوع B

ويعبر عن ذلك بمعادلة رياضية تسمى دالة الهدف على النحو التالي:

$$\text{Max } z = 300X_1 + 600X_2$$

حيث Max اختصار لـ Maximization والتي تعني تعظيم

القيود:

القيد الأول: قيد الماكينة الأولى

حيث إن النوع A يستغرق تصنيعه 3 ساعات على الماكينة الأولي بينما النوع B يستغرق تصنيعه 5 ساعات على الماكينة الأولي، ولان الطاقة التشغيلية للماكينة الأولي هي 12 فان صيغة القيد الأول تكون كما يلي:

$$3X_1 + 5X_2 \leq 12$$

القيد الثاني: قيد الماكينة الثانية:

حيث إن النوع A يستغرق تصنيعه 5 ساعات على الماكينة الثانية بينما النوع B يستغرق تصنيعه 6 ساعات على الماكينة الثانية، ولان الطاقة التشغيلية للماكينة الثانية هي 14 فإن صيغة القيد الثاني تكون كما يلي:

$$5X_1 + 6X_2 \leq 14$$

القيد الثالث: قيد عدم السالبية

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

وبالتالي يمكن كتابة نموذج البرمجة الخطية على النحو التالي:

$$\text{Max } z = 300X_1 + 600X_2$$

القيود

$$3X_1 + 5X_2 \leq 12$$

$$5X_1 + 6X_2 \leq 14$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

من خلال النموذج السابق نلاحظ ما يلي:

الهدف هو تعظيم الربح.

دالة الهدف هي Z .

المتغيرات هي X_1 , X_2.

المعاملات في دالة الهدف هي ربح الوحدة الواحدة لكل من X_1 , X_2 .

القيود لا يجوز أن تكون سالبة فهي دائما اكبر أو تساوي الصفر.

مثال ٢: تنتج شركة ما تنتج 3 مواد هي C,B,A تمر هذه المواد في ثلاثة مراحل حيث إن كل مادة تستغرق وقتاً معيناً خلال مروره بمرحلة ما والجدول التالي يوضح الوقت اللازم لكل مادة في كل مرحلة.

المراحل	المواد		
	A	B	C
الأولي	1	3	1
الثانية	2	0	4
الثالثة	1	2	0

والوقت المتيسر للمراحل الثلاث على التوالي محدد بالقيمة 430، 460، 420 ، دقيقة وقد دلت الدراسات على أن الربح المتوقع من إنتاج الوحدة الواحدة من المواد الثلاثة هي 3 ، 2 ، 5 ريال.

المطلوب شكل نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة.

الحل

نفرض إن عدد الوحدات المنتجة من النوع A هي X_1

نفرض إن عدد الوحدات المنتجة من النوع B هي X_2

نفرض إن عدد الوحدات المنتجة من النوع C هي X_3

الهدف هو تعظيم الربح (Max)

المتغيرات هي X_1 ، X_2 ، X_3 وعواملها في دالة الهدف هي 3 ، 2 ، 5 وبهذا فان نموذج البرمجة الخطية يكون بالشكل التالي:

$$\text{Max } z = 3X_1 + 2X_2 + 5X_3$$

القيود

$$X_1 + 3X_2 + X_3 \leq 430$$

$$2X_1 + 0X_2 + 4X_3 \leq 460$$

$$X_1 + 2X_2 + 0X_3 \leq 420$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0 \; , \; X_3 \geq 0$$

مثال3: استلمت شركة كيمائية طلبا للحصول على 1400 كيلوغرام من ثلاث مركبات بالمواصفات التالية:

يجب أن لا يحتوي الخليط على أكثر من 400 كيلوغرام من المركب الأول

يجب أن يحتوي الخليط على الأقل 200 كيلوغرام من المركب الثاني.

يجب أن يحتوي الخليط على الأقل 150 كيلوغرام من المركب الثالث.

إذا علمت أن كلفة الكيلو غرام من المركب الأول ، المركب الثاني ، المركب الثالث، هي على التوالي 2، 3، 4 دينار.

اكتب نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة.

الحل:

نفرض أن عدد الكيلوغرامات من المركب الأول هي X_1

نفرض أن عدد الكيلوغرامات من المركب الثاني هي X_2

نفرض أن عدد الكيلوغرامات من المركب الثالث هي X_3

كلفة الكيلو غرام من المركب الأول تساوي 2 دينار فإذا استخدمنا X_1 كيلو غرام من هذا المركب فستكون التكلفة $2X_1$ بنفس الطريق أذا استخدمنا X_2 كيلو غرام من المركب الثاني فستكون الكلفة $3X_2$ دينار، كذلك إذا استخدمنا X_3 كيلو غرام من المركب الثالث فستكون الكلفة $4X_3$ دينار. وحيث إن الهدف هو تقليل الكلفة Min فإن دالة الهدف ستكون بالصورة التالية:

$$Min\ z = 2X_1 + 3X_2 + 4X_3$$

القيود

القيد الأول : حيث إن شرط الطلبية أن لا يحتوي الخليط على أكثر من 400 كيلوغرام من المركب الأول فأن القيد سيكون بالصورة

$$X_1 \leq 400$$

القيد الثاني: يجب أن يحتوي الخليط على الأقل200 كيلوغرام من المركب الثاني أي أن $X_2 \geq 200$.

القيد الثالث: يجب أن يحتوي الخليط على الأقل150 كيلوغرام من المركب الثالث أي أن $X_3 \geq 150$.

القيد الرابع : مجموع الطلبية يجب أن يكون 1400 أي أن:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1400$$

القيد الخامس: قيد عدم السالبية

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0 \ , \ X_3 \geq 0$$

مما سبق نجد أن نموذج البرمجة الخطية والذي سيؤدي إلى تخفيض التكاليف سيكون بالصيغة التالية:

$$Min\ z = 2X_1 + 3X_2 + 4X_3$$

القيود

x1≤400

X2≥ 200

X3 ≥ 150

$X_1 + X_2 + X_3 = 1400$

$X_1 \geq 0 \ , \ X_2 \geq 0 \ , \ X_3 \geq 0$

مثال4: على قطعة معينه من الأرض نود أن نبني عدة مساكن، ونود أن تكون بعض هذه المباني ذات أدوار خمسه والبعض الآخر ذات دورين، فكم ينبغي أن يكون عدد النوع الأول من هذه المباني وكم ينبغي أن يكون عدد النوع الآخر كي تستوعب اكبر عدد من السكان، علما أن المعطيات مبينه في الجدول الآتي:

عدد الأدو	تكلفة المبني الوا	ساعات العمل اللازمة لكل مبني	المساحة اللازمة لكل	عدد السكان في الـ الواحد
5	600,000	120	800	30
2	200,000	60	600	12

ثم إن المبلغ المتوفر هو 18,000,000 دولار وساعات العمل المتيسرة 4500 ساعة ومساحة الأرض الكلية تبلغ 42000 متراً مربعاً.

الحل: أن الهدف في هذه المسالة هو التعظيم أي الحصول على عدد المباني التي تستوعب أكبر عدد من السكان

نفرض أن عدد المباني ذات خمسة ادوار هي X_1

نفرض أن عدد المباني ذات هي دورين X_2

ومن ثم فإن دالة الهدف ستكون:

$$\text{Max } z = 30X_1 + 12X_2$$

القيود

$800X_1 + 600X_2 \leq 42000$ قيد المساحة اللازمة لكل مبني

$120X_1 + 60X_2 \leq 4500$ قيد ساعات العمل اللازمة لكل مبني

$600{,}000X_1 + 200{,}000X_2 \leq 18{,}000$ ... قيد التكلفة لكل مبني

$X_1 \geq 0 \ , \ X_2 \geq 0$ شرط عدم السالبية

مثال 5 :يقوم جزار بعمل شطائر اللحم يتكوين من لحم بقري ولحم ماعز. يحتوي لحم البقر على80 % لحم و 20% دهون ويكلف 24 جنيه لكل كيلو في حين يحتوى لحم الماعز68% لحم و32% دهون ويكلف 18 جنيه لكل كيلو. ماهي كمية اللحم من كل نوع يجب أن يستخدمها المحل في كل كيلو من شطائر اللحم إذا علمت انه يجب تخفيض التكاليف والمحافظة علي نسبة الدهون. بحيث لا يزيد عن 25%؟

الحل:

نفرض أن وزن لحم البقر المستخدم في الكيلو X_1

نفرض أن وزن لحم الماعز المستخدم في الكيلو X_2

دالة الهدف:

$$\text{Min } z = 24X_1 + 18X_2$$

القيود:

القيد الأول: يحتوي كل كيلو علي $0.20X_1$ من الدهون من لحم البقر و $0.32X_2$ من الدهون من لحم الماعز ويجب الا تزيد الدهون في الشطيرة عن 0.25

$$0.20X_1 + 0.32X_2 \leq 0.25$$

القيد الثاني: ويجب أن يكون وزن لحم البقر و لحم الماعز مجتمعين في كل كيلو من الشطائر هو كيلو واحد.

$$X_1 + X_2 = 1$$

القيد الثالث: قيد عدم السالبية

$$\boldsymbol{X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0}$$

وبالتالي فإن النموذج يكون بالشكل التالي:

$$\text{Min } z = 24X_1 + 18X_2$$

S.To:

$$0.20X_1 + 0.32X_2 \leq 0.25$$

$$X_1 + X_2 = 1$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

ملاحظات مهمة :هناك حالات لابد علينا مراعاتها عند حل مشكلة البرمجة الخطية تتمثل فيما يلي:

لا يوجد لها حل (تعارض القيود).

دالة هدف لا نهائية(لا يوجد محددات).

عدم تأثير احد القيود على منطقة الحل(يوجد قيد ليس له تأثير).

وجود أكثر من حل(مرونة عالية في البدائل).

وعليه تختص مسائل البرمجة الخطية في استخدام المصادر أو الموارد النادرة من { الأرض ~ العمالة ~ رأس المال ~ التنظيم ~ الأرض ~ العمل .....}من أجل ايجاد أحسن الطرق أو أفضل طرقة بهدف تقليل التكاليف (minimization the cost) أو تعظيم الربح

ونعني أن المسائلة محل الدراسة الها العديد من الحلول ولذلك فإن البرمجة الخطية تعمل على حل تلك المشكلات من خلال الشروط التالية :-

الشروط التي يجب توافرها في البرمجة الخطية .

١-متغيرات القرار.

٢- تحديد دالة الهدف .

٣- تحديد القيود .

٤- تحديد القيود ألا سلبية.

س كيف يتم صياغة نماذج البرمجة الخطية ؟

يتم صياغة البرمجة الخطية من خلال :

١-تحليل المسألة أو المشكلة أو صياغتها .

٢-بناء نموذج .

وتتم صياغة البرمجة الخطية بالخطوات التالية :

١-يتم التعرف على المتغيرات القرارية

٢- التعرف على قيود المسألة ويتم التعبير عنها بمعادلات أو متباينات بدلالة المتغيرات

التعرف على دالة الهدف ويكون تعظيم أو تدنيه

مثال٦:

شركة تنتج ثلاثة أنواع من أجهزة الكمبيوتر ، ويستلزم الإنتاج نوعين من المصادر عمالة ومواد تصنيع، هذا وقد قدر قسم هندسة الإنتاج البيانات التالية:

المصادر	A	B	C
العمالة	1	3	6
مواد التصنيع	4	4	5
الربح	4	2	3

ومصادر التصنيع محدودة ب 200 باوند في اليوم، وكذلك ساعات العمل اليومية محدودة بـ 150 ساعة في اليوم والمطلوب ما يلي :

١) صياغة المشكلة؟ ٢) تحديد معدل الإنتاج اليوم بهدف تحقيق أكبر ربح ممكن؟

الحل:

- **تحديد المتغيرات القرارية :**

معدل الإنتاج اليومي من أجهزة الكمبيوتر من النوع A : X_1

معدل الإنتاج اليوم من أجهزة الكمبيوتر من النوع B : X_2

معدل الإنتاج اليوم من أجهزة الكمبيوتر من النوع C : X_3

صياغة دالة الهدف:

بما أن المصنع يسعى إلى تحقيق اكبر ربح فان الهدف هو تعظيم

$$\textbf{Max} \quad Z = 4X_1 + 2X_2 + 3X_3$$

Subject to: **القيود –**

$$X_1 + 3X_2 + 3X_3 \leq 150$$

$$4X_1 + 4X_2 + 5X_3 \leq 200$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

مثال ٧ : مصنع ينتج نوعين من السلع : سعر النوع الأول ١٥ دينار وسعر النوع الثاني ١٢ دينار وتمر صناعة هذين النوعين بثلاثة مراحل من اجل زيادة الارباح والعوائد وتلك المراحل تتمثل فيما يلي:

قسم الغزل : الطاقة الإنتاجية ٥٤ ساعة ويحتاج النوع الأول إلى ٣ ساعات والنوع الثاني يحتاج إلى ٦ ساعات للدورة الإنتاجية الواحدة.

قسم النسيج :الطاقة الإنتاجية ٤٨ ساعة ويحتاج النوع الأول إلى ٦ ساعات والنوع الثاني يحتاج إلى ٣ ساعات للدورة الإنتاجية الواحدة

قسم التجهيز :الطاقة الإنتاجية ٩٠ ساعة ويحتاج النوع الأول إلى ٩ ساعات والنوع الثاني يحتاج إلى ٩ ساعات للدورة الإنتاجية الواحدة

صياغة النموذج :

تحديد المتغيرات القرارية

النوع الأول من السلع المنتجة في المصنع : X_1

النوع الثاني من السلع المنتجة في المصنع : X_2

- صياغة دالة الهدف : Object

Function

$$\text{Max } Z= 15X_1+12X_2$$

- القيود

Constraints

Subject To:

$$3X_1+6X_2\leq 54$$

$$6X_1+3X_2\leq 48$$

$$9X_1+9X_2\leq 90$$

- عدم السلبية: Non Negativity

$$X_1,X_2\geq 0$$

٢- ٤ طرق حل نموذج البرمجة الخطية:

أولاً: الطريقة البيانية(The Graphical Method):

تستخدم هذه الطريقة إذا كان نموذج البرمجة الخطية يحتوي على متغيرين فقط، وذلك لان النموذج الذي يكون فيه أكثر من متغيرين يتعذر علينا رسم هذا النموذج، ولحل نموذج البرمجة الخطية بهذه الطريقة نتبع الخطوات التالية:

يمثل احد المتغيرات بالمحور السيني والأخر بالمحور الصادي.

رسم الخطوط البيانية التي تمثل كل قيد من القيود مع مراعاة ما يلي:

إذا كانت العلاقة في القيد اكبر أو يساوي فإن اتجاه الحل سوف يكون باتجاه كبر المتغيرات.

إذا كانت العلاقة في القيد اقل أو يساوي فإن اتجاه الحل سوف يكون باتجاه صغر المتغيرات

إذا كانت العلاقة تساوي فان الحل سوف يقع على الخط.

تحديد منطقة الحل بحيث تشير كافة الخطوط إليها.

منطقة الحل يجب أن تكون في المربع الأول لان المتغيرات اكبر أو تساوي الصفر.

اختيار النقاط الطرفية في منطقة الحل.

اوجد إحداثيات كافة النقاط.

عوض قيم الإحداثيات في معادلة دالة الهدف واختر اكبر قيمة أذا كان الهدف تعظيم واقل قيمة إذا كان الهدف تقليل الدالة.

١- طريقة الرسم البياني Graphical Method

رسم القيود على المحور الأفقي والعمودي.

رسم القيود على هيئة خطوط .

تحديد زوايا منطقة الحل الممكنة.

إيجاد زوايا منطقة الحل الممكنة.

تحديد نقطة الحل الأمثل.

رسم القيود على هيئة خطوط:

نحول القيود إلى الشكل التالي :

مثال١: اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام الرسم البياني.

$$\text{Max } z = 3X_1 + 2X_2$$

القيود

$$X_1 + X_2 \leq 5$$

$$X_2 \leq 4$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 8$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

الحل:-

القيد الأول: يصبح كما يلي:

$$X_1 + X_2 = 5$$

بفرض أن $X_1 = 0$ نجد أن $X_2 = 5$ ومنها نحصل على النقطة (0 ,5)

بفرض أن $X_2 = 0$ نجد أن $X_1 = 5$ ومنها نحصل على النقطة (5 ,0)

نوقع النقطتين(0 ,5) ، (5 ,0) على الرسم ولأن القيد أقل أو يساوي فإن منطقة الحل ستكون باتجاه بداية المحور.

القيد الثاني:

$$X_2 = 4$$

قيمة $X_1 = 0$ و $X_2 = 4$ ومنها نحصل على النقطة (0,4) والخط الممثل لهذا القيد هو خط موازي لمحور X_1 وعمودي على المحور X_2 ومن النقطة (0 , 4) ولان القيد أقل أو يساوي فأن منطقة الحل ستكون باتجاه بداية المحور

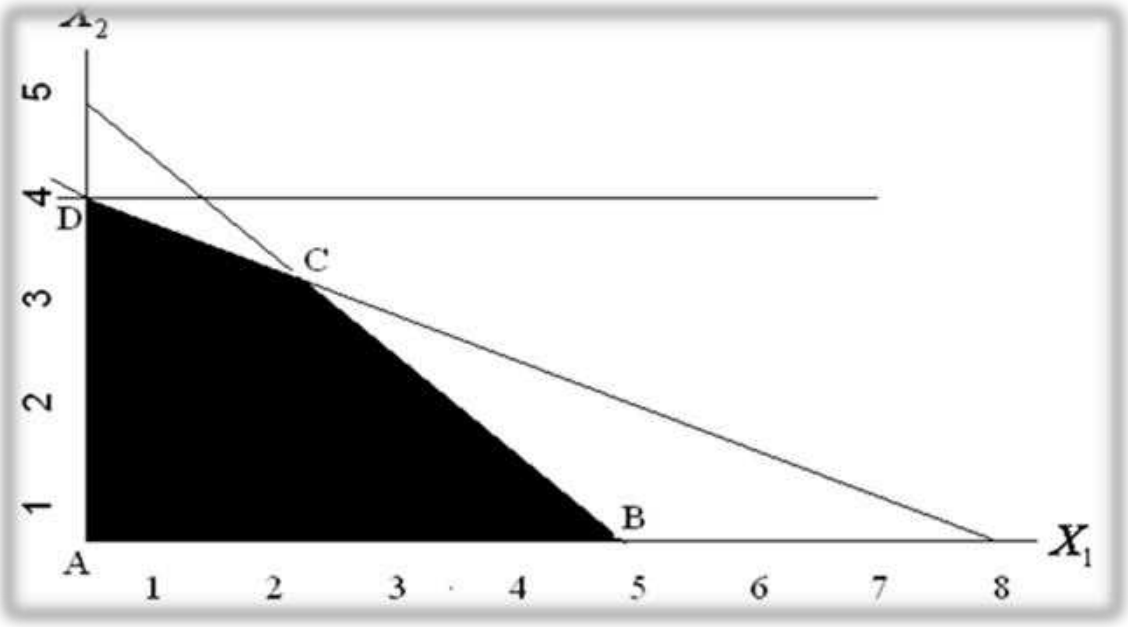
القيد الثالث:

$$X_1 + 2X_2 = 8$$

بفرض أن $X_1 = 0$ نجد أن $X_2 = 4$ ومنها نحصل على النقطة (0 ,4)

بفرض أن $X_2 = 0$ نجد أن $X_1 = 8$ ومنها نحصل على النقطة (8 ,0)

نوقع النقطتين(4, 0) ، (0, 8)على الرسم ولأن القيد أقل أو يساوي فإن منطقة الحل ستكون باتجاه بداية المحور والشكل التالي يوضح ذلك:



وتكون منطقة الحل محددة بالنقاط A,B.C.D

A =(0,0) وحددت عن طريق شرط عدم السالبية وبالتالي لا تدخل في قيمة الحل.

B =(5,0)

إحداثي النقطة C تكونت من تقاطع القيدين الأول والثالث ، وعليه نجد قيمة X_1 ،X_2 من حل القيدين الأول والثالث آنيا كما يلي:

$$X_1 + X_2 = 5$$

$$X_1 + 2X_2 = 8$$

بضرب المعادلة الأولي (−1) وجمعة إلى القيد الثاني يكون:

$$-X_1 - X_2 = -5$$

$$X_1 + 2X_2 = 8$$

$0 + X_2 = 3$

ومنها $X_2 = 3$ وبالتعويض في القيد الأول نجد أن $X_1 = 2$

وبالتالي فإن النقطة C تكون (3, 2)

أما النقطة D =(0,4)

ولإيجاد أكبر قيمة لـ Z نكون الجدول التالي باستثناء النقطة A

النقطة	X_1	X_2	دالة الهد $\text{Max } z = 3X_1 + 2X_2$	أكبر قيمة
B	5	0	$3\times 5 + 2 \times 0 = 15$	15
C	2	3	$23 \times 2 + 2 \times 3 = 1$	
D	0	4	$8\ 3 \times 0 + 2 \times 4 =$	

وعليه نأخذ قيم X_2, X_1 والتي تعطي اكبر قيمة لـ Z لان الدالة Max وبالتالي فإن الحل الأمثل هو:

$X_1 = 5$

$X_2 = 0$

$Z = 15$

مثال ٢: بين بالرسم منطقة الحل لمشكلة البرمجة الخطية الاتي:

Min Z= 18X+10y

Subject to: – القيود

4x +6y≥ 48000

12x+10y≥120000

$10x+15y\leq150000$

$X,Y\geq0$

نحول القيود إلى الشكل التالي :

$4x+6y=48000$ (1)
$12x+10y=120000$ (2)
$10x+15y=150000$ (3)

١-المعادلة الأولى:

نفرض قيمة X=0 في المعادلة ١ كما يلي:

$4x+6y=48000, X=0 \rightarrow 4(0)+6y=48000 \rightarrow 6y=48000 \rightarrow y=48000/6=8000$

(0 , 8000)نقطة التقاطع

نفرض قيمة y=0 في المعادلة ١ كما يلي:

$4x+6y=48000, y=0 \rightarrow 4x+6(0)=48000 \rightarrow 4x=48000 \rightarrow x=48000/4=12000$

نقطة التقاطع (12000 , 0)

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (12000,0) & (0,8000)

٢-المعادلة الثانية:

نفرض قيمة X=0 في المعادلة 2 كما يلي:

$12x+10y=120000, X=0 \rightarrow 12(0)+10y=120000 \rightarrow 10y=120000$

$\rightarrow y=120000/10=12000$

(0 ,12000) نقطة التقاطع

نفرض قيمة y=0 في المعادلة 2 كما يلي:

$12x+10y=120000, y=0 \rightarrow 12x+10(0)=120000 \rightarrow 12x=12000$

$\rightarrow x=120000/12=10000$

نقطة التقاطع (10000 , 0)

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (10000,0) & (0,12000)

٣-المعادلة الثالثة:

نفرض قيمة X=0 في المعادلة 3 كما يلي:

$10x + 15y = 150000,\ X=0 \rightarrow 10(0) + 15y = 150000 \rightarrow 15y = 150000$

$\rightarrow y = 150000 / 15 = 10000$

(0 ,10000)نقطة التقاطع

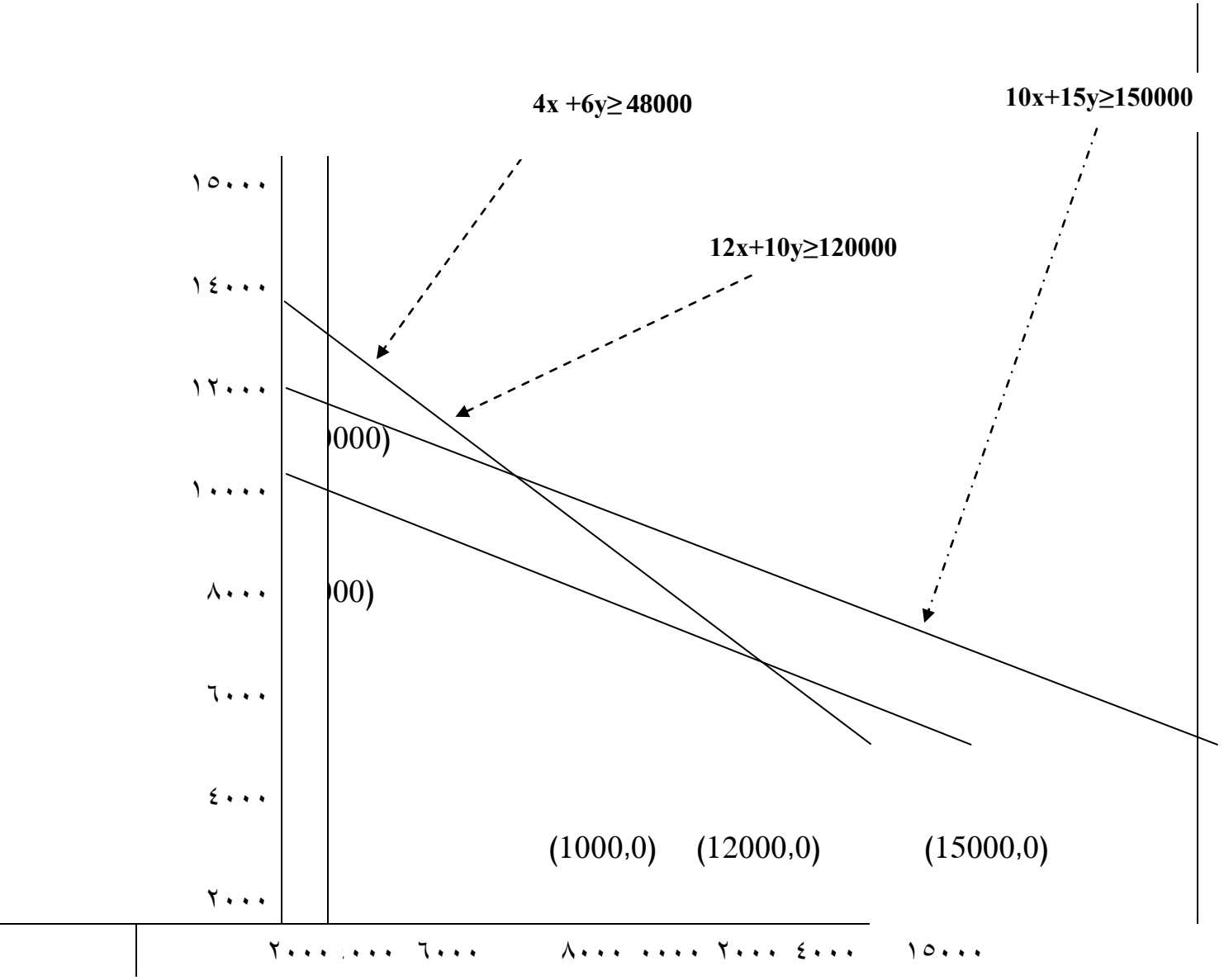
نفرض قيمة y=0 في المعادلة 2 كما يلي:

$10x + 15y = 150000,\ y=0 \rightarrow 10x + 15(0) = 150000 \rightarrow 10x = 150000$

$\rightarrow x = 150000 / 10 = 15000$

نقطة التقاطع (15000 , 0)

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين(15000,0) & (0,10000)



شكل ٤:

Min (0,8000)=18(0)+10(8000)=80000

Min (12000,0)=18(12000)+10(0)=216000

Min (0,12000)=18(0)+1012000)=120000

Min (10000,0)=18(10000)+10(0)=180000

Min (0,10000)=18(0)+10(10000)=100000

Min (15000,0)=18(15000)+10(0)=270000

نلاحظ أن النقطة (0,8000)هي الحل الأمثل حيث أنها تعمل على تدنيه التكاليف إلى 80000

لحل مشكلة البرمجة الخطية كميا من اجل تحقيق الأرباح أو تقليل الخسائر يجب صياغة المشكلة والتعرف على أبعادها وعلى المحددات التي تؤدي إلى صياغة الهدف، وعليه فان ذلك يتطلب العمل على تكوين دالة الهدف، ومن ثم وضع القيود الخاصة بالمشكلة ، واخيراً يتم وضع شرط عدم السلبية.

$Max\ Z= 15X_1+12X_2$

$3X_1+6X_2\leq 54$

$6X_1+3X_2\leq 48$

$9X_1+9X_2\leq 90$

$X_1,X_2\geq 0$

لايجاد الحل الامثل للمثال رقم ٧ بطريقة الرسم البياني

$3X_1+6X_2=54$

$6X_1+3X_2=48$

$9X_1+9X_2=90$

المعادلة الأولى:

نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة ١ كما يلي:

$3X_1+6X_2=54\ ,\ X_1=0 \rightarrow 3(0)+6X_2=54 \rightarrow 6X_2=54 \rightarrow X_2=54/6=9$

نفطة التقاطع الاولى $(0\ ,\ 9)$

نفرض قيمة $X_2=0$ في المعادلة ١ كما يلي:

$3X_1+6X_2=54 , X_2=0 \rightarrow 3X_1+6(0)=54 \rightarrow 3X_1=54 \rightarrow X_1=54/3=18$

نقطة التقاطع الثانية (18,0)

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (0,9) & (18,0)

٢. المعادلة الثانية:

نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة ٢ كما يلي:

$6X_1+3X_2=48, X_1=0 \rightarrow 6(0)+3X_2=48 \rightarrow 3X_2=48 \rightarrow X_2=48/3=16$

نفرض قيمة $\mathbf{X_2}=0$ في المعادلة ٢ كما يلي:

$6X_1+3X_2=48, X_2=0 \rightarrow 6X_1+3(0)=48 \rightarrow 3X_1=48 \rightarrow X_1=48/6=8$

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (0,16) و (8,0)

٣. المعادلة الثالثة:

نفرض قيمة $\mathbf{X_1}=0$ في المعادلة ٣ كما يلي:

$9X_1+9X_2=90, X_1=0 \rightarrow 9(0)+9X_2=90 \rightarrow 9X_2=90 \rightarrow X_2=90/9=10$

نفرض قيمة $\mathbf{X_2}=0$ في المعادلة ٣ كما يلي:

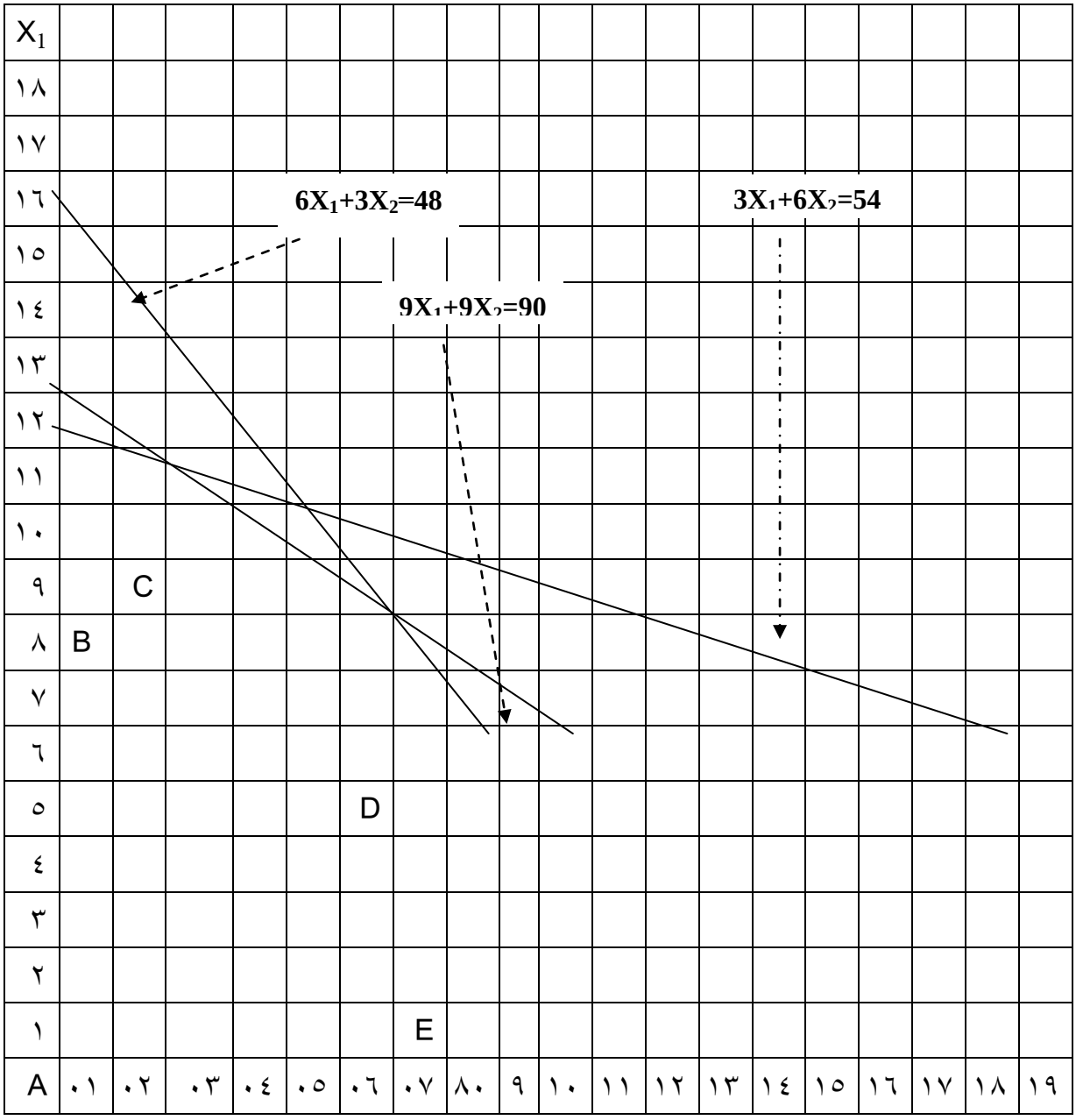
$9X_1+9X_2=90, X_2=0 \rightarrow 9X_1+9(0)=90 \rightarrow 9X_1=90 \rightarrow X_1=90/9=10$

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (0,10)و (10, 0)

المستقيم الأول (0,18) و (9,0)

المستقيم الثاني (16,0) و(0,8)

المستقيم الثالث (0,10)و(10,0)



شكل(٣ -١)

من الشكل نلاحظ أن منطقة الحل الممكن(ABCDE) أي أن أي نقطة ضمنها تكون بأقل تقدير مساوية لأية نقطة ضمن أن منطقة الحل الممكن Area of Feasible Region

٢- استخدام أسلوب حساب نقاط الزوايا من خلال حساب الأرباح ممثلة بدالة الهدف:

في النقطة A

Max $Z(0,0)= 15(0)+12(0)=0$

في النقطة B

Max $Z(0,9)= 15(0)+12(9)=108$

في النقطة E

Max $Z(8,0)= 15(8)+12(0)=120$

في النقطة C: تتكون من تقاطع المعادلتين :

$3X_1+6X_2=54 \rightarrow 1$

$9X_1+9X_2=90 \rightarrow 3$

بضرب المعادلة الأولى في ٣ ثم نطرح منها المعادلة ٣ ينتج:

$9X_1+18X_2=162$

$-(9X_1+9X_2=90) \rightarrow 9X_2=72 \rightarrow X_2=72/9 \rightarrow X_2=8$

بالتعويض بقيمة X_2 في المعادلة ١ نحصل على :

$3X_1+6(8)=54 \rightarrow 3X_1=54-48=6 \rightarrow X_1=6/3=2$

النقطة C = $(8,2)$

Max $Z(2,8)= 15(2)+12(8)=126$

$3(2)+6(8) =54$

$6(2)+3(8) <48$

$9(2)+9(8) =90$

$X_1,X_2 \geq 0$

في النقطة D : تتكون من تقاطع المعادلتين :

$6X_1+3X_2=48 \rightarrow 2$

$9X_1+9X_2=90 \rightarrow 3$

بضرب المعادلة (٢) في ٣ ثم نطرح منها المعادلة ٣ ينتج:

$18X_1+9X_2=144$

$-(9X_1+9X_2=90) \rightarrow 9X_1=54 \rightarrow X_1=54/9 \rightarrow X_2=6$

بالتعويض بقيمة X_1 في المعادلة ٢ نحصل على :

$6(6)+3X_2=48 \rightarrow 3X_2=48-36=12 \rightarrow X_2=12/3=4$

في النقطة D $=(6,4)$

Max $Z(6,4)= 15(6)+12(4)=138$

$3(6)+6(4) <54$

$6(6)+3(4) =48$

$\mathbf{9(6)+9(4) =90}$

$\mathbf{X_1,X_2 \geq 0}$

نلاحظ أن النقطة Dهي الحل المثل حيث أن أفضل تشكيلة للإنتاج هي إنتاج كمية ٦ وحدات من النوع الأول و ٤ من النوع الثاني لنحقق ١٣٨ من الإرباح.

مثال ٢(تقليل):

الهدف : Object Function

Min $Z= 80X_1+60X_2$

القيود Constraints

$18X_1+12X_2 \geq 180$

$6X_1+9X_2 \leq 162$

$5X_1+10X_2 \geq 110$

عدم السلبية: Non Negativity

$X_1,X_2 \geq 0$

١-المعادلة الأولى:

نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة ١ كما يلي:

$18X_1+12X_2 =180, X_1=0 \rightarrow 18(0)+12X_2=180 \rightarrow 12X_2=180 \rightarrow X_2=180/12=15$

نفرض قيمة $X_2=0$ في المعادلة ١ كما يلي:

$18X_1+12X_2=180,\ X_2=0 \rightarrow 18X_1+12(0)=180 \rightarrow 18X_2=180 \rightarrow X_2=180/18=10$

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (10,0) & (0,15)

٢-المعادلة الثانية:

نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة ٢ كما يلي:

$6X_1+9X_2=162,\ X_1=0 \rightarrow 6(0)+9X_2=162 \rightarrow 9X_2=162 \rightarrow X_2=162/9=18$

نفرض قيمة $X_2=0$ في المعادلة ٢ كما يلي:

$6X_1+9X_2=162,\ X_2=0 \rightarrow 6X_1+9(0)=48 \rightarrow 6X_1=162 \rightarrow X_1=162/6=27$

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (27,0)&(0,18)

٣-المعادلة الثالثة:

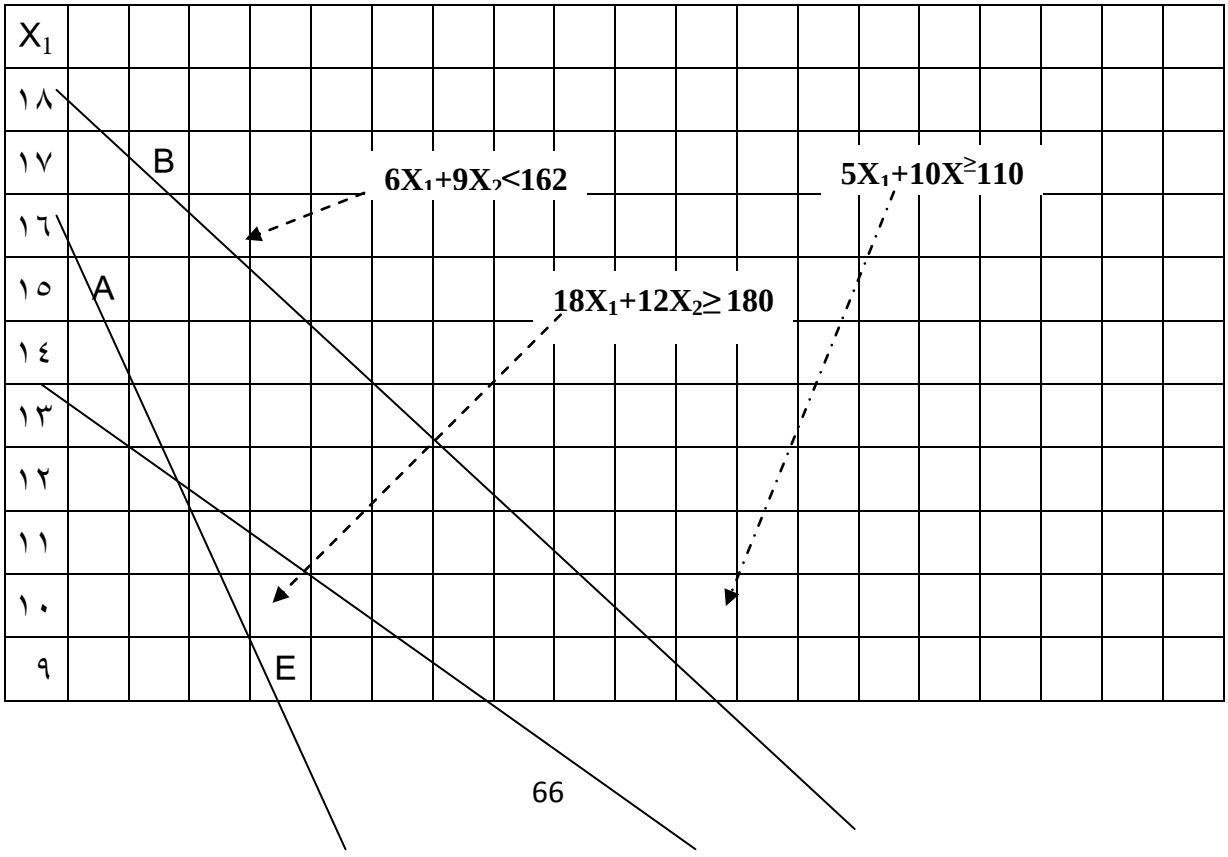
نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة ٣ كما يلي:

$5X_1+10X_2=110,\ X_1=0 \rightarrow 5(0)+10X_2=110 \rightarrow 10X_2=110 \rightarrow X_2=110/10=11$

نفرض قيمة $X_2=0$ في المعادلة ٣ كما يلي:

$5X_1+10X_2=110,\ ,\ X_2=0 \rightarrow 5X_1+10(0)=110 \rightarrow 5X_1=110 \rightarrow X_1=110/5=22$

نقوم برسم المستقيم الذي يمثل النقطتين (22,0)&(0,11)



٨																			
٧																			
٦																			
٥																			
٤																			
٣																			
٢																			
١											D			E					
	٠٢	٠٤	٠٦	٠٨	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠	٢٢	٢٤	٢٦	٢٨	٣٠	٣٢	٣٢	٣٤	٣٦

شكل ٤:

Min (A)(0,15)=80(0)+60(15)=900

Min (B)(0,18)=80(0)+60(18)=1080

Min (C)(27,0)=80(27)+60(10)=2160

Min (D)(22,0)=80(22)+60(0)=1760

النقطةE:

$18X_1+12X_2= 180 \rightarrow 1$

$5X_1+10X_2=110 \rightarrow 3$

بضرب المعادلة ٣ في ١.٢ وطرحها من المعادلة ١:

١٢ $X_1=48 \rightarrow X_1=4$

بالتعويض عن قيمة X_1 في المعادلة ٣

$5\ (4)+\ 10X_2=110 \rightarrow 10X_2=110-20=90 \rightarrow X_2=9$

فتكون قيمة النقطة E

Min (E)=80 (4)+60(9)=860

وهي الحل الأمثل.

$18(4)+12(9) \geq 180$

$6(4)+9(9) \leq 162$

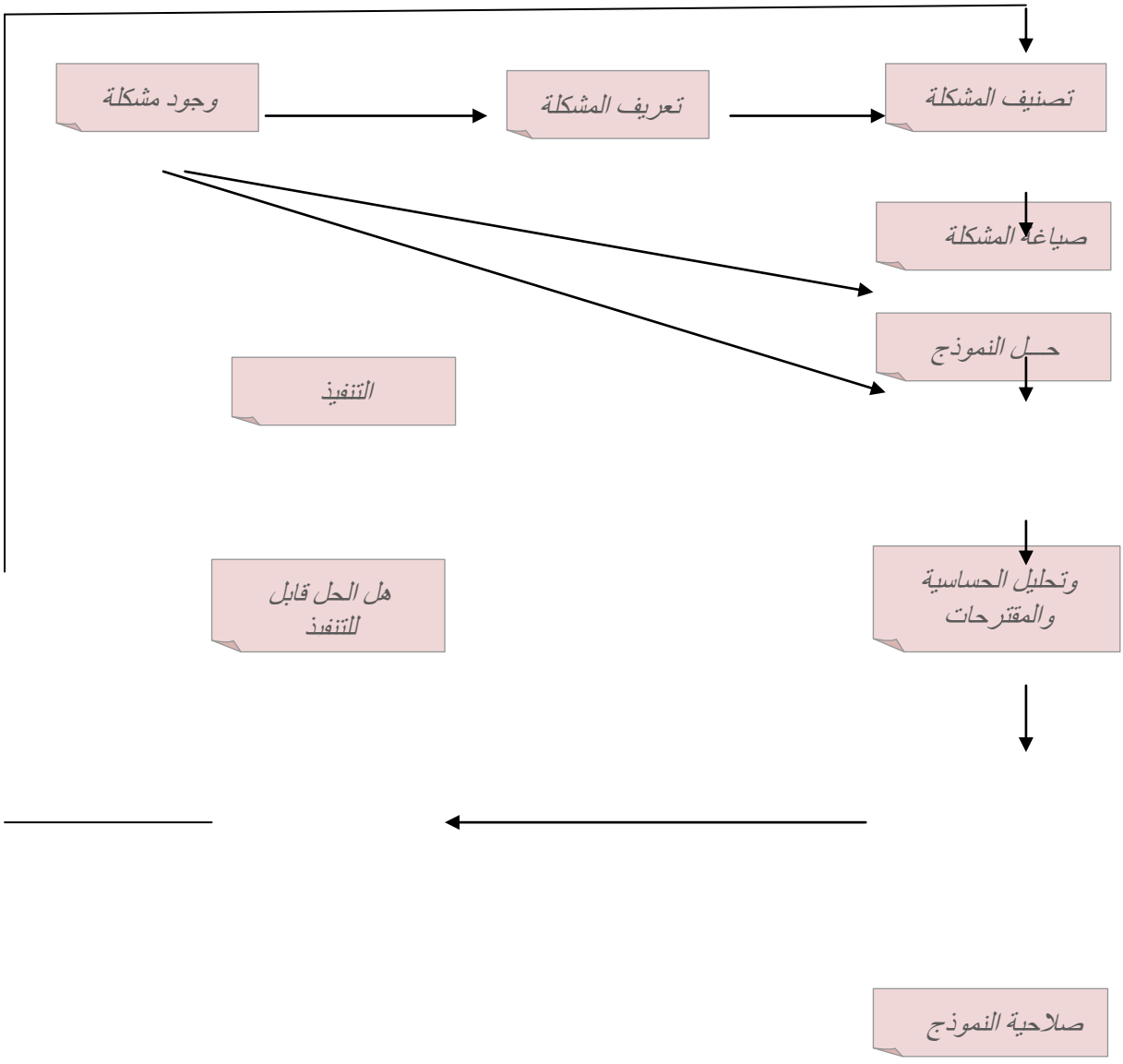
$5(4)+10(9)=110$

دراسة النظم

١-تعريف المشكلة .

٢- تصنيف المشكلة .

بناء النموذج .



البرمجة الرياضية

النمذجة الرياضية

$F(X_1,X_2,X_3,.....,X_n)=(C_1X_1,C_2X_2,C_3X_3,.....C_nX_n)$

مع العلم ان :

$(X_1,X_2,X_3,.....,X_n) = ai$

$I =(1,2,3,….,n)$

التكلفة = C

مثال :

يحتاج صاحب مصنع إلى إنتاج سلعتين حيث أن الكمية المسموح بها

	X	y	الكمية المسموح بها
سلع	5	4	100
عمالة	3	8	172
مواد	3	1	53
الربح	2	1	

المطلوب :

١ – صياغة المشكلة

٢ – إيجاد قيمة y و x التي تعظم الربح

الحل

تحديد متغيرات القرار

X1 : تمثل الإنتاج من النوع x

X2 : تمثل الإنتاج من النوع y

دالة الهدف:

Max

$Z = 2X1 + X2$

2– تحديد القيود :

$5X1 + 4X2 \leq 100$

$3X1 + 8X2 \leq 172$

$3X1 + X2 \leq 53$

القيود اللاسلبية $X_1 , X_2 \geq 0$

Max

$Z = 2X1 + X2$

نحول القيود الى الشكل المعياري التالي :

$5X1 + 4X2 = 100$ ◆---▶ (1)

$3X1 + 8X2 = 172$ ◆---▶ (2)

$3X1 + X2 = 53$ ◆---▶ (3)

من المعادلة رقم (١)

$5X1 + 4X2 = 100$

نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة ١ كما يلي:

$\rightarrow 5(0) + 4X2 = 100 \rightarrow 4X_2 = 100$

$\rightarrow X_2 = 100/4 = 25$

نقطة التقاطع (25 , 0)

نفرض قيمة $X2=0$ في المعادلة ١ كما يلي:

$\rightarrow 5X1 + 4 (0) = 100 \rightarrow 5X1 = 100$

$\rightarrow X1 = 100 / 5 = 20$

نقطة التقاطع (0, 20)

من المعادلة رقم (٢)

$3X1 + 8X2 = 172$

نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة 2 كما يلي:

$\rightarrow 3(0) + 8X2 = 172 \rightarrow 8X_2 = 172$

$\rightarrow X_2 = 172 / 8 = 21.5$

(0, 21.5)نقطة التقاطع

نفرض قيمة $X2=0$ في المعادلة 2 كما يلي:

$\rightarrow 3X1 + 8(0) = 172 \rightarrow 3X1 = 172$

X1= 172/3= 57.33

نقطة التقاطع (0, 57.33)

من المعادلة رقم (٣)

3X1 + X2 = 53

نفرض قيمة $X_1=0$ في المعادلة 3 كما يلي:

$\rightarrow$ 3(0)+ X2= 53 $\rightarrow X_2$= 53

$\rightarrow X_2$= 53/1= 53

(53 ,0)نقطة التقاطع

نفرض قيمة X2=0 في المعادلة 3 كما يلي:

$\rightarrow$ 3X1+ (0)= 53 $\rightarrow X_1$= 53

$\rightarrow X_1$= 53/3= 17,7

نقطة التقاطع (0 , 17.7)

مثال :

Max Z =6 x + 8 y

Subject to: **القيود** –

30x +20y≤ 300

5x+10y≤100

4x – y = 0

X = 2

Y≥0

نحول القيود إلى الشكل التالي :

$30x + 20y = 300$ (1)

$5x+10y = 100$ (2)

١-المعادلة الأولى:

نفرض قيمة X=0 في المعادلة ١ كما يلي:

$30x + 20y = 300$, $X=0$

$\rightarrow 30(0)+ 20y= 300 \rightarrow 20y= 300 \rightarrow y=300/ 20=15$

(0 , 15) نقطة التقاطع

نفرض قيمة y=0 في المعادلة ١ كما يلي:

$30x + 20y = 300$, $y=0$

$\rightarrow 30x+ 20(0)= 300 \rightarrow 30x = 300 \rightarrow x=300/ 30 =10$

(10 , 0) نقطة التقاطع

٢-المعادلة الثانية:

نفرض قيمة X=0 في المعادلة 2 كما يلي:

$5x+10y = 100$, $X=0$

$\rightarrow 5(0)+ 10y= 100 \rightarrow 10y=100$

$\rightarrow y=100/ 10=10$

(0 ,10) نقطة التقاطع

نفرض قيمة y=0 في المعادلة 2 كما يلي:

$5x+10y = 100$, $y=0$

$\rightarrow 5x+ 10(0)= 100 \rightarrow 5x= 100$

$\rightarrow x=100/ 5=20$

(20 , 0) نقطة التقاطع

٣-المعادلة الثالثة:

$4x - y = 0$

$4x = y$

بالسالب ⟵	x	0	1	2	3
	y	0	4	8	12

وتعتبر هذه النقطة التي هي (2.8)هي الحل الامثل أي انه يجب انتاج وحدتين من x وثمان وحدات من y لتحقيق اعلى ربح.

مثال ٢

Max Z =2 x +4 y

Subject to: **القيود –**

$x \leq 8$

$y \leq 3$

$3x+6y \leq 30$

$X \geq 0 \ , \ Y \geq 0$

نحول القيود إلى الشكل التالي :

$3x +6y = 30 \ (1)$

١ –المعادلة الأولى:

نفرض قيمة X=0 في المعادلة ١ كما يلي:

$3x +6y= 30 \ , X=0$

$\rightarrow 3(0)+ 6y= 30 \rightarrow 6y= 30 \rightarrow y=30/6=5$

(5 , 0)نقطة التقاطع

نفرض قيمة y=0 في المعادلة ١ كما يلي:

3x +6y= 30 , y=0

→ 3x+ 6(0)= 30 →3x = 30 → x=30/ 3 =10

(10 , 0)نقطة التقاطع

ايجاد قيمة C

X = 8

3x +6y = 30

3(8)+6y = 30

24 +6y = 30

6y = 30 – 24

6y = 6

y = 6/6 = 1

(8, 1)

3x +6y = 30

Y = 3

3X+6(3) = 30

3x +18 = 30

3x = 12

X=12 / 3 =4

(4,3)

نعوض في Z

Z O =(0,0) 0

Z B =(8,0) 2(8) + 0 =16

Z C =(8,1) 2(8) + 4(1) = 20

Z D = (4,3) 2 (4) + 4(3) = 20

إذاً هناك منطقتين للحل الامثل هما C,D.

تدريب ١: اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام الرسم البياني.

$$\text{Min } z = 5X_1 + 3X_2$$

القيود

$$X_1 + 2X_2 \geq 2$$

$$2X_1 + X_2 \leq 3$$

$$X_1 \leq 1$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

تمارين الفصل الثالث

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالي باستخدام الرسم البياني.

$$\text{Min } z = X_1 + 2X_2$$

القيود

$$4X_1 + X_2 \geq 4$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 6$$

$$X_1 \leq 2$$

$$X_2 \leq 3$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية في المثال الرابع باستخدام الطريقة البيانية وحدد كم يتبقي من مساحة الأرض دون أن تبني.

يمتلك أحد صناع الأثاث 6 وحدات من الخشب و 28 ساعة من الوقت يستغلها في صنع شاشة ديكور وقد باع نوعين منها في الماضي ولذلك فهو سيقيد نفسه بهما، ويقدر أن النوع الأول يحتاج إلى وحدتين من الخشب و7 ساعات عمل، بينما يحتاج النوع الثاني إلى وحدة واحدة من الخشب و8 ساعات عمل، وتقدر أثمان النوعين بـ 120 دولاراً و80 دولاراً على التوالي كم عدد شاشات الديكور، من كل نوع يجب أن يقوم بتصنيعها، أذا أراد تعظيم العائد من المبيعات. وحلل النتائج التي تم التوصل اليها.

مزارع يملك مزرعة مساحتها 1200 فدان تنتج هذه المزرعة قمح، بطاطس وبازلاء كل نوع من هذه المحاصيل يعطي ربح محدد، ويحتاج إلى ساعات عمل وتنقية وتسميد وبذر حسب الجدول التالي:

المحصول	ساعات العمل	تكلفة التنقية	تكلفة التسميد	تكلفة البذر	ثمن البيع
قمح	6	20	14	2	144
بطاطس	8	12	9	3	125
بازلاء	3	8	9	1	75

اذا توفر لدى المزارع 3600 ريالاً و 7400 ساعة عمل. فاكتب النموذج الرياضي لهذه المسألة.

اوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية في المثال الخامس، باستخدام الطريقة البيانية، وحلل النتائج التي تم التوصل اليها.

على أرض زراعية يراد زراعة بطاطس وجزر .بعض المعلومات الخاصة بذلك موضحة في الجدول التالي:

	تكلفة زراعة الهكتار	عدد ساعات العمل لهـ	الربح الصافي لهكتار واح

		واحد	
بطاطس	5	2	20
جزر	10	10	60

إن المساحة x_1 التي ستزرع فيها البطاطس والمساحة x_2 التي ستزرع فيها الجزر، سوف يتم تحديدهما بحيث يصبح الربح الإجمالي أقصى ما يمكن، علماً أن هناك 1200 هكتار تحت التصرف وأن المبلغ .المخصص 7000 ريال وساعات العمل5200 .

يوضح الجدول التالي مكونات أربعة من الأغذية من الفيتامينات وكذلك الحد الأدنى من الاحتياجات اليومية من الفيتامينات للشخص الواحد.

نوع الطعام	نوع الفيتامينات			
	A	B	C	D
L	٠.٢	٠.٥	١	٠.٦
F	٠.١	٠.٣	١.٢	٠.٨
G	٠.٥	٠.١	٠.٩	٠.٦
M	٠.٦	٠.٢	٠.٨	١
الاحتياجات اليومي	٢.٥	١.٤	٥.٦	٤.٦

فإذا علمت أن سعر شراء الوحدة الواحدة من كل غذاء هي ١٠,١٨,١٢,١٥ على التوالي المطلوب كتابة النموذج الرياضي للمشكلة بحيث تكون تكلفة الغذاء أقل ما يمكن.

اوجد حل المشاكل التالية باستخدام الطريقه البيانية:

1)

MIN (Z) :18X+10Y

S.T :

4X+6Y > 48000

12X+10Y>120000

10X+15Y<150000

X,Y>0

2)

Max 6X+8y

S.T

30X+20y<300

5X+10y<110

4X−y=0

X=2

3)

اوجد الحل لمشكله التعظيم التاليه وذلك باستخدام الطريقه البيانيه الرسم البياني

Maximize

Z: 10X1+12Y2

S.To:

5X1+6X2<60

8X1+4X2<72

3X1+5X2<54

X1,X2>0

4)

هل هناك حل وحيد ام حلول متعدده لهذ هـ المشكله وما اهميه هذ الظاهره لمتخذ القرار

Minimize

Z:5P1+8P2

S.T

P1<400

P2>200

P1+P2=500

P1,P2>0

5)

استخدم طريقه الرسم البياني في ايجاد الحل المشكله التعظيم التاليه

Maximize

Z = X1+8Y

S.To :

4X+6Y<24

2X+Y<18

3X+9Y<36

X,Y>0

6)

Maximiz

Z = 15X1+3X2

S.To:

2X1+3X2<1500

3X1+2X2<1500 .

X1+X2<600

تمارين على صياغة المشكلات :

مصنع يصنع نوعين من المصنوعات الخشبيه تحتاج كاوحده من النوع الأول الى ثلاثين قدم مكعب من الخشب وخمس ساعات عمل وتعطئ عائد قدره سته وعشرون دولأر أما الوحده (النوع الثاني) يحتاج الى عشرين قدما مكعبا من الخشب وعشر ساعات عمل وتعطي عائد قدره عشرين دولأر فاذا كان هذا المصنع لأيمكنه توفير اكثرمن ٣٠٠ قدم مكعب من الخشب ١١٠ساعه وذلك في الاسبوع ضع هذه المشكله في صوره برمجه خطيه ثم اوجد الحل لهل باستخدم طريقه الرسم البياني موضحا عدد الوحدات التي يجب انتجها من المنتجين والذي يجعل الارباح اكبر ما يمكن.

٢ – تنتج شركه للكمبيوتر نوعين من منتجاتها في (C.P.U)ذات حجم (A.B) ويعطى النوع الاوال (A)عائدا قدره (15) $ ويعطي النوع الثاني (B)عائدا قدره(15) $ ويمركل نوع بثلاثه اقسام انتاجيه وهي قسم القطع وقسم التجميع وقسم الصيانيه وقد كانت المعلومات المتعلقه بعددساعات المتاحه في هذ الاقسام الثلاثه ومايحتاجه كل منتج من وقت في كل منها معطى كالاتي

القســـــــم	الوقت الذي يحتاجه كل نوع		الطاقه الانتاجيه
	A	B	
قسم الصيانه	2	3	1500
قسم القطع	3	2	1500
قسم التجميع	1	1	600

المطلوب عدد منتجات (C.P.U) التي يجب انتاجها من النوعين الذي يجعل الارباح اكبر مايمكن مستخدما في ذلك طريقه الرسم البياني

اجابة التدريب ١:

القيد الأول يصبح :

$$X_1 + 2X_2 = 2$$

بفرض أن $X_1 = 0$ نجد أن $X_2 = 1$ نحصل على النقطة(0 , 1)

بفرض أن $X_2 = 0$ نجد أن $X_1 = 2$ نحصل على النقطة(2 , 0)

نوقع النقطتين (1, 0) ، (0 , 2) على الرسم ولان القيد أكبر أو يساوي فأن منطقة الحل ستكون باتجاه كبر المتغيرات.

القيد الثاني يصبح:

$$2X_1+X_2=3$$

بفرض أن $X_1=0$ نجد أن $X_2=3$ نحصل على النقطة(3, 0)

بفرض أن $X_2=0$ نجد أن $X_1=\frac{3}{2}$ نحصل على النقطة($0\frac{3}{2}$,)

نوقع النقطتين (3, 0) ، ($0\frac{3}{2}$,) على الرسم ولان القيد أقل أو يساوي فأن منطقة الحل ستكون باتجاه صغر المتغيرات.

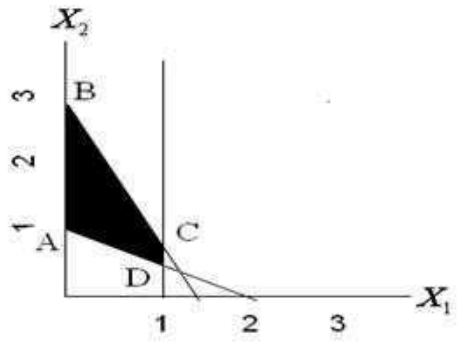
القيد الثالث يصبح:

$$X_1=1$$

قيمة $X_2=0$ و $X_1=1$ والخط الممثل لهذا القيد هو خط موازي لمحور X_2 وعمودي على المحور X_1 ومن النقطة (0 , 1) ولان القيد أقل أو يساوي فأن منطقة الحل ستكون باتجاه بداية المحور.

والشكل التالي يوضح ذلك:

وتكون منطقة الحل محددة بالنقاط A,B.C.D



A =(0,1) **B =(0,3)**

احداثي النقطة C تكونت من تقاطع القيدين الثاني والثالث ، وعليه نجد قيمة X_1, X_2، من حل القيدين الثاني والثالث كما يلي:

من القيد الثالث لدينا $X_1 = 1$ وبالتعويض عن قيمة X_1 بالقيد الثاني نحصل على:

$$2X_1 + X_2 = 3 \Rightarrow 2 \times 1 + X_2 = 3 \Rightarrow X_2 = 1$$

C =(1,1)

إحداثي النقطة D تكونت من تقاطع القيدين الأول والثالث ، وعليه نجد قيمة X_1, X_2، من حل القيدين الأول والثالث كما يلي:

من القيد الثالث لدينا $X_1 = 1$ وبالتعويض عن قيمة X_1 بالقيد الثاني نحصل على:

$$X_1 + 2X_2 = 2 \Rightarrow 1 + 2X_2 = 2 \Rightarrow X_2 = 0.5$$

D=(1 , 0.5)

ولإيجاد أصغر قيمة لـ Z نكون الجدول التالي :

النقطة	X_1	X_1	دالة الهدف $\text{Min } z = 5X_1 + 3X_2$	أقل قيمة
A	0	1	5×0+3×1=3	3
B	0	3	5×0+3×3=9	
C	1	1	5×1+3×1=8	
D	1	0.5	5× 1 +3×0.5=6.5	

وعليه نأخذ قيم X_1, X_2 والتي تعطي أقل قيمة لـ Z لان الدالة Min وبالتالي فإن الحل الأمثل هو:

$$X_1 = 0 \ ، \ X_2 = 3 \ ، \ Z = 3$$

البرمجة الخطية– طريقة السمبلكس

محتويات		
		الصفحة
الفصل الرابع		
	المقدمة : –	
	١–١ اهداف الفصل	
	١–٢ اقسام الفصل	
	١–٣ القراءات المساعدة	
	١–٤ الوسائط المساندة	
	البرمجة الخطية – طريقة السمبلكس	
	– النموذج الرياضي واضافة المتغيرات الراكدة وتحديد الاساسي.	
	– **تحسين الحل.**	
	– **الحل الابتدائي الصناعي.**	
	– **الخلاصة.**	
	٦– قائمة المراجع	

المقدمة:

التمهيد: عزيزي الدارس مرحباً بك الى هذا الفصل.

يهتم هذا الجزء بتقديم عرض تحليلي لطريقة البرمجة الخطية السمبلكس من خلال التعرف على كيفية اضافة متغيرات راكدة (عاطلة) الى القيود الخاصة بمشكلة البرمجة الخطية واتباع الخطوات اللازمة من اجل حل تلك المشاكل وايضا الحل الابتدائي الصناعي من خلال طريقة ام الكبرى اي اضافة المتغيرات الصناعية وطرق الحل لهذه الطريقة.

أهداف الفصل:بعد دراستك لهذا الفصل ستكون قادرا على ان:

١- التعرف على خطوات حل مشكلة البرمجة الخطية بالسمبلكس.

٢- التعرف على خطوات حل مشكلة البرمجة الخطية بطريقة ام الكبرى.

اقسام الفصل:

عزيزي الدارس : نود ان نلفت انتباهك الى ان هذا الفصل يحتوى على مشكلة البرمجة الخطية بالسمبلكس وخطوات الحل وايضا خطوات الحل للبرمجة الخطية بطريقة ام الكبرى.

القراءة المساعدة:

تمثل المراجع التالية قراءات إضافية مساعدة تتعلق بالموضوعات التي يتضمنها هذا الفصل، نرجو أن تحاول الاستفادة منها ما أمكن.

١- مؤيد الفضل (٢٠٠١) : الاساليب الكمية، عمان ،الاردن.

٢- عاصم عبد الرحمن الشيخ (١٩٩٩): بحوث العمليات، دار المناهج، عمان، الاردن.

٣- عبد الرسول الموسوي(١٩٩٩): بحوث العمليات، دار وائل، عمان، الاردن.

٤- حمدي طه (١٩٩٨) : بحوث العمليات، مترجم في دار المريخ، ترجمة الدكتور احمد حسين واخرون.

محتوى الفصل الرابع

البرمجة الخطية : طريقة السمبلكس

Linear Programming: The Simplex Method

تعلمنا سابقا بان الطريقة البيانية هي أحدى الطرق للوصول للحل الأمثل **(**تعظيم، تقليل**)** لكنها تصلح لحل المسائل التي بها متغيران فقط. بينما في هذا الفصل سوف يتم التعرف على طريقة السمبلكس .

طريقة السمبلكس: طريقة رياضية مرنة تحل جميع مسائل البرمجة الخطية مهما كان الهدف أو القيود أو عدد المتغيرات أو عدد القيود.

مثال١: شركة تجميع لنوعين من الحواسب: A الذي يعطي ربحا قدره ٥٠ ويحتاج إلى ٣ ساعات لتجميعه، B الذي يعطي ربحا قدره٤٠ ويحتاج إلى ٥ ساعات لتجميعه. في الأسبوع القادم هناك فقط ١٥٠ ساعة متوفرة ولدى الشركة فقط ٢٠ شاشة من النوع الذي يستخدم مع النوعِ B ، لدى الشركة مساحة تخزين ٣٠٠ قدم مربع، حيث يحتاج النوع A إلى ٨ قدم مربع، يحتاج النوع B إلى ٥ قدم مربع.

النموذج الرياضي:

X_1 = العدد المجمع من النوع الأول، X_2 = العدد المجمع من النوع الثاني

Max $z=50X_1+40X_2$

S.T

$3X_1+5X_2 \leq 150$

$X_2 \leq 20$

$8X_1+5X_2 \leq 300$

$X_1, X_2 \geq 0$

إضافة المتغيرات (الراكدة) العاطلة(Slack Variables)

Max $z=50X_1+40X_2+0S_1+0S_2+0S_3$

S.T

$3X_1+5X_2+S_1 = 150$

$X_2 + S_2 = 20$

$8X_1+5X_2 + S_3 = 300$

$X_1, X_2 , S_1, S_2, S_3 \geq 0$

تحديد الحل الأساسي : Basic Solution

إعطاء قيمة يساوي الفرق بين عدد المتغيرات وعدد القيود صفرا ونحل لإيجاد قيم باقي المتغيرات.

تعتبر المتغيرات التي تساوي صفرا هي المتغيرات غيرا لأساسية

الحل الأساسي الممكن يحقق شروط عدم السلبية مع القيود الأخرى مثل: $(X_1=0, X_2=0 , S_1=150, S_2=20, S_3=300)$.

خواص الحل الأساسي:

احد المتغيرات الأساسية يجب أن يكون ١ والبقية أصفارا في كل القيود

معامل المتغير الأساسي يجب أن يكون ١ في معادلة قيد واحدة فقط

قيم الجانب الأيمن للقيود يجب أن تكون موجبة

خطوات الحل:

صياغة النموذج الرياضي

صياغة النموذج الرياضي بالشكل القياسي(إضافة المتغيرات الراكدة)

تجهيز الجدول

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	RHS
C_b	50	40	0	0	0	
S_1	3	5	1	0	0	150
S_2	0	1	0	1	0	20
S_3	8	5	0	0	1	300
Z	0	0	0	0	0	0
C−Z	50	40	0	0	0	

الطرف الايمن

50−0=50		**C− Z**		**=0+0+0+0**	**حساب قيمة الطرف لأيمن:**
40−0=40				**150*0=0**	

20*0=0				0-0=0	
300*0=0				0-0=0	
=0				0-0=0	

حساب :Z	
	0*3+0*0+0*8=0
	0*5+0*1+0*5=0
	0*1+0*0+0*0=0
	0*0+0*1+0*0=0
	0*0+0*0+0*1=0

تحسين الحل:

الحل الأفضل تكون قيم **C-Z** سالبة أو صفرا.

يجب إيجاد حل أساسي وممكن يعطي قيمة اكبر لدالة الهدف وذلك يقتضي تغيير مجموعة المتغيرات الأساسية وذلك باختيار احد المتغيرات غير الأساسية و جعله أساسيا.

إدخال متغير جديد للحل : صاحب أعلى قيمة في عمود **C-Z**

إخراج متغير من الحل: صاحب أقل نسبة في الطرف الأيمن

جعل القيمة في تقاطع العمود المحوري مع الصف المحوري ١ وفوقه وتحته أصفارا

من الجدول نلاحظ أن أعلى قيمة هي ٥٠ (العمود الأول) بمعنى سوف نقوم بإدخال المتغير X_1 وصاحب اقل نسبة في الطرف الأيمن هو الصف الثالث ٣٧.٥ (S_3) يمثل المتغير الخارج.

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3		
C_b	50	40	0	0	0	RHS	Ratio
S_1 0	3	5	1	0	0	150	150/3=50
S_2 0	0	1	0	1	0	20	-
S_3 0	*8*	*5*	*0*	*0*	*1*	*300*	*300/8=37.*
Z	0	0	0	0	0	0	
C-Z	50	40	0	0	0	0	

نقسم الصف الثالث على ٨

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3		
C_b	50	40	0	0	0	RHS	Ratio
S_1 0							
S_2 0							
X_1 50	1	5/8	0	0	1/8	75/2	
Z							
C−Z							

حساب الصفوف الأخرى:

الصف الأول : نضرب الصف الثالث في ٣ ونطرحه من الصف الأول:

$$3X_1 + 5X_2 + S_1 = 150$$

$$-(3X_1 + 15/8X_2 + 3/8S_3 = 255/2)$$

$$25/8X_2 + S_1 - 3/8S_3 = 75/2$$

الصف الثاني :

كون القيمة في الصف الثاني صفر فلا يجرى عليه اي تغيير

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3		
C_b	50	*40*	0	0	0	RHS	Ratio
S_1 0	*0*	*25/8*	*1*	*0*	*−3/8*	*75/2*	*(75/2)/(25/8)=1*
S_2 0	0	*1*	0	1	0	20	20/1=20
X_1 50	1	*5/8*	0	0	1/8	75/2	(75/2)/(5/8)=60
Z	50	*250/8*	0	0	50/8	**1875**	
C−Z	0	*70/8*	0	0	−50/8		

حساب قيمة الطرف الأيمن:

50−50=0		**C− Z**

40−250/8=7(	
0−0=0	
0−0=0	
0−50/8=−50/	

75/2*0=0
20*0=0
75/2*50=18
=1875

حساب :Z	
0*0+0*0+50*1=50	
0*25/8+0*1+50*5/8=2	
0*1+0*1+50*0=0	
0*0+0*1+50*0=0	
0*−3/8+0*0+50*1/8=5	

تحسين الحل :

نلاحظ أن معامل X_2 موجب في السطر الأخير إذا ليس الحل الأمثل إذا نختار العمود الثاني كعمد محوري

نلاحظ أن الصف المحوري هو الصف الأول حيث تقابله اقل نسبة ١٢

نقسم الصف الأول على ٨/٢٥

	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3		
C_b	50	40	0	0	0	RHS	Ratio
X_2 40	0	1	8/25	0	−3/25	12	
S_2 0	0	0	−8/25	1	3/25	8	
X_1 50	1	0	−5/25	0	5/25	30	
Z	50	40	14/5	0	26/5	**1980**	
C−Z	0	0	−14/2	0	−26/5		

نطرح الصف الأول الجديد من الثاني

نضرب الصف الأول الجديد في 5/8 و نطرحه من الثالث

ب قيمة الطرف الأيمن:
12*40=480
8*0=0

50−50=0	C− Z
40−40=0	
0−14/25=−14/2	

0−0=0			30*50=150
0−26/5=−−26/5			=1980

حساب :Z
40*0+0*0+50*1=50
40*1+0*1+50*0=40
40*8/25+0*−8/25+50*−5/25=14/5
40*0+0*1+50*50=0
40*−3/25+0*3/25+50*5/25=26/5

النتائج

$X_1=30$=	X	S_1	S_2	S_3	Z=1980

أعظم ربح يمكن تحقيقه هو ١٩٨٠ دينار و ذلك بتجميع ٣٠ جهازا من النوع الأول و ١٢ ج من النوع الثاني وسوف يتم استغلال ساعات التجميع بالكامل وسيبقى ٨ شاشات فائضة من النوع الثاني مع استغلال المساحة كاملةً.

لإيجاد أفضل الحلول باستخدام طريقة السمبلكس يجب إتباع الخطوات التالية :

حول نموذج البرمجة الخطية إلي الشكل المعياري.

ابني جدول الحل الابتدائي

وسوف نستعرض خطوات هذه الطريقة من خلال المثالين التالين:

$$\text{Max } z = 3X_1 + 2X_2$$

القيود

$$X_1 + 2X_2 \leq 6$$
$$2X_1 + X_2 \leq 8$$
$$-X_1 + X_2 \leq 1$$
$$X_2 \leq 2$$
$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

الحل:

يتم تحويل الدالة إلى الشكل المعياري كم يلي:

$$\text{Max } z - 3X_1 - 2X_2 = 0$$

القيود

$$X_1 + 2X_2 + S_1 = 6$$
$$2X_1 + X_2 + S_2 = 8$$
$$-X_1 + X_2 + S_3 = 1$$
$$X_2 + S_4 = 2$$
$$X_1 \geq 0 \ , \ X_2 \geq 0 \ , S_1 , S_2 , S_3 , S_4 \geq 0$$

تسمي المتغيرات X_1 , X_2 بالمتغيرات الداخلة وهي التي تؤثر على دالة الهدف أما المتغيرات S_1 , S_2 , S_3 , S_4 فهي المتغيرات الخارجية وهي التي لا تؤثر على دالة الهدف.

نشكل جدول الحل الابتدائي التالي:

الجدول الأول(جدول الحل المبدئي)

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	الثوابت
S_1	1	2	1	0	0	0	6
S_2	2	1	0	1	0	0	8
S_3	−1	1	0	0	1	0	1
S_4	0	1	0	0	0	1	2
Z	−3	−2	0	0	0	0	0

تحديد المتغير الداخل: ننظر إلى سطر دالة الهدف Z نأخذ أشد المعاملات سلبية فنجد عند $Z = -3$ وبالتالي يكون X_1 هو المتغير الداخل. ويسمي العمود الخاص بالمتغير الداخل بالعمود المحوري.

نحدد المتغير الخارج: بقسمة عمود الثوابت على المعاملات في العمود المحوري(المتغير الخارج) وفيما يتعلق بمثالنا يكون العمود المحوري هو X_1 ويكون المتغير الخارج هو المتغير الذي يكون ناتج القسمة الخاص به اقل ما يمكن، ويطلق على الصف الخاص بالمتغير الخارج بالصف المحوري

ملاحظة: تهمل القسمة على العناصر السالبة والصفر.

وفيما يتعلق بمثالنا يكون ناتج القسمة:

المتغيرات	الثوابت	معاملات المتغير الداخل	نتائج القسمة
S_1	6	1	6

S_2	8	2	4
S_3	2	−1	تمهل القسمة لأن المعامل سالد
S_4	1	0	تهمل القسمة لأن المعامل صف

من الأرقام السابقة نجد بان اقل قيمة هي 4 وبالتالي فأن المتغير الخارج يكون

S_2

نحدد العنصر المحوري من الجدول الأول وهو العنصر الناتج من تقاطع الصف المحوري مع العمود المحوري وفي مثالنا يكون العنصر المحوري هو 2

نشكل الجدول الثاني كما يلي:

ندخل X_1 (المتغير الداخل) بدلاً عن S_2 (المتغير الخارج ونحسب قيمتها بأن نقسم عناصر سطر S_2 (أي عناصر المتغير الخارج) في الجدول الأول على العنصر المحوري 2 تنتج قيم جديدة تسمي معادلة المحور كما يلي:

معادلة المح	4	0	0	1/2	0	1/2	1

والناتج نضعه في الجدول الثاني

. ندرس تأثير X_1 على كل من Z, S_1, S_3, S_4

تأثيره على Z نأخذ معامل Z في عمود X_1 (المتغير الداخل) نجدها (−3) ونغير إشارته أي 3− تصبح 3 ونضرب هذه القيمة في معادلة المحور كما يلي:

3	×	(4	0	0	1/2	0	1/2	1
	=	12	0	0	3/2	0	3/2	3

والناتج نضيفه إلى عناصرسطر قيم Z في الجدول الأول كما يلي:

	12	0	0	3/2	0	3/2	3
+	0	0	0	0	0	−2	−3
	12	0	0	3/2	0	−1/2	0

والناتج نضعه في سطر Z في الجدول الثاني.

تأثيره على S_1 بنفس الأسلوب السابق نأخذ معامل S_1 في عمود X_1 نجده مساوي (1) ونغير إشارته أي تصبح 1− ونضرب هذه القيمة في معادلة المحور كما يلي:

−1	×	(4	0	0	1/2	0	1/2	1

(−4	0	0	−1/2	0	−1/2	(−1	=

والناتج نضيفه إلى قيمة S_1 في الجدول الأول كما يلي:

(−4	0	0	−1/2	0	−1/2	(−1	+
6	0	0	0	1	2	1	
2	0	0	−1/2	1	3/2	0	

والناتج نضعه في سطر S_1 في الجدول الثاني.

تأثيره على S_3 بنفس الأسلوب السابق نأخذ معامل S_3 في عمود X_1 نجده مساوي (−1) ونغير إشارته ليصبح (1) ونضربه في معادلة المحور كما يلي:

(4	0	0	1/2	0	1/2	(1	×1
(4	0	0	1/2	0	1/2	(1	=

والناتج نضيفه إلى قيمة S_3 في الجدول الأول كما يلي:

(4	0	0	1/2	0	1/2	(1	+
1	0	1	0	0	1	−1	
5	0	1	1/2	0	3/2	0	

والناتج نضعه في سطر S_3 في الجدول الثاني.

تأثيره على S_4 نجد أن معامل S_4 في عمود X_1 هو (0) أي لا يوجد تأثير على S_4 وبالتالي ينقل سطر S_4 من الجدول الأول إلى الجدول الثاني كما هو.

الجدول الثاني

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	الثوابت
S_1	0	3/2	1	−12	0	0	2
X_1	1	1/2	0	1/2	0	0	4
S_3	0	3/2	0	1/2	1	0	5
S_4	0	1	0	0	0	1	2
Z	0	-1/2	0	3/2	0	0	12

ننظر إلي سطر دالة الهدف Z في الجدول الثاني Z نلاحظ أنه مازال هناك قيم سالبة وبالتالي لم نصل إلي الحل الأمثل وبنفس الأسلوب السابق نأخذ اشد القيم سالبية ، أما أذا كانت جميع القيم موجبة أو صفرية نكون قد وصلنا إلى الحل

الأمثل. من سطر دالة الهدف في الجدول الثاني نلاحظ أن

$Z = -\frac{1}{2}$ وبالتالي فإن X_2 متغير داخل ، ولتحديد المتغير الخرج نقسم عمود الثوابت في الجدول الثاني على العمود المحوري X_2 ونأخذ أصغر القيم ليكون هو المتغير الخارج. كما يلي:

المتغيرات	الثوابت	معاملات المتغير الداخل X_2	نتائج القسمة
S_1	2	3/2	4/3
X_1	4	1/2	8
S_3	5	3/2	10/3
S_4	2	1	2

نلاحظ بأن اصغر القيم هي $\frac{4}{3}$ ومن ثم فإن S_1 هو المتغير الخارج' وعليه فإن العنصر المحوري هو $\frac{3}{2}$ (والذي يمثل نقطة تقاطع الصف المحوري(المتغير الخارج) S_1 مع العمود المحوري (المتغير الخارج) X_2

نشكل الجدول الثالث كما يلي:

ندخل X_2 بدلا عن S_1 ونحسب قيمتها بأن نقسم عناصر سطر S_1 أي عناصر المتغير الخارج في الجدول الثاني على العنصر المحور $\frac{3}{2}$ تنتج قيم جديدة تسمي معادلة المحور كما يلي:

معادلة المحور الجديدة	4/3	0	0	−1/3	2/3	1	0

ونضع النتيجة في سطر X_2 الجدول الثالث:

. ندرس تأثير X_2 على كل من Z, X_1, S_3, S_4 بإتباع نفس الخطوات السابقة

أولاً تأثيره على Z نضرب معادلة المحور الجديدة في $\frac{1}{2}$ ونضيف الناتج إلى سطر قيم Z في الجدول الثاني ونضع الناتج في سطر Z, في الجدول الثالث.

تأثيره على S_1 نضرب معادلة المحور الجديدة في($-\frac{3}{2}$) ونضيف الناتج إلى سطر قيم S_1 في الجدول الثاني ونضع الناتج في سطر S_1 ، في الجدول الثالث.

تأثيره على X_1 نضرب معادلة المحور الجديدة في($-\frac{1}{2}$) ونضيف الناتج إلى قيم X_1 في الجدول الثاني ونضع الناتج في سطر X_1 ، في الجدول الثالث.

تأثيره على S_3 نضرب معادلة المحور الجديدة في($-\frac{3}{2}$) ونضيف الناتج إلى سطر قيم S_3 في الجدول الثاني ونضع الناتج في سطر S_3 ، في الجدول الثالث.

تأثيره على S_4 نضرب معادلة المحور الجديدة في(−1) ونضيف الناتج إلى سطر قيم S_4 في الجدول الثاني ونضع الناتج في سطر S_4 ، في الجدول الثالث.

لجدول الثالث

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	الثوابت
X_2	0	1	2/3	−1/3	0	0	4/3
X_1	1	0	−1/3	2/3	0	0	10/3
S_3	0	0	−1	1	1	0	3
S_4	0	0	−2/3	1/3	0	1	2/3
Z	0	0	1/3	4/3	0	0	38/3

ننظر إلى سطر دالة الهدف نلاحظ بأن جميع القيم موجبة أو صفرية وبالتالي نكون قد توصلنا إلى الحل الأمثل:

أي أن :

$$Z = \frac{38}{3} X_1 = \frac{10}{3} , X_2 = \frac{4}{3} , S_1 = 0 , S_2 = 0 , S_3 = 3 , S_4 = \frac{2}{3}$$

التحقق من الحل:

بما أن دالة الهدف هي:

$$\text{Max } z = 3X_1 + 2X_2$$

وبالتعويض عن قيمة X_1 و X_2 في دالة الهدف نحصل على:

$$\text{Max } z = 3 \times \frac{10}{3} + 2 \times \frac{4}{3} = \frac{38}{3}$$

تحليل النتائج:

أولاً: نتائج عمود الثوابت:

أي على الشركة أن تقوم بإنتاج $\frac{10}{3}$ من المنتج الأول(X_1) و$\frac{4}{3}$ من المنتج الثاني(X_2) تحصل على ربح مقداره

$$Z = \frac{38}{3}$$

ومن الجدير بالذكر بأن الربح المتوقع قد تطور كما يلي:

في الحل الأساسي المبدئي الأرباح المتوقعة $Z = 0$

في الحل الأساسي الأفضل الأرباح المتوقعة $Z = 12$

في الحل الأساسي الأمثل الأرباح المتوقعة $Z = \frac{38}{3}$

أما قيم $S_1 = 0 , S_2 = 0$ فيدل ذلك على عدم وجود فائض في الموارد المتاحة في القيد الأول والقيد الثاني. أي أنه تم استغلال كافة الموارد المتاحة.

وتشير قيم $S_4 = \frac{2}{3}$, $S_3 = 3$, إلى وجود موارد متاحة لم تستغل في القيد الثالث مقداره (3) و في القيد الرابع مقداره $(\frac{2}{3})$.

نتائج: سطر دالة الهدف Z:

يمثل الرقم 0 في سطر دالة الهدف المقابل لكل من لـ X_1 , X_2 على عدم وجود أي تأثير لزيادة إنتاج كل من X_1 , X_2 بمقدار وحدة واحدة على الربح الإجمالي.

أما بالنسبة لقيم Z الواقعة في أعمدة S_1 , S_2 , S_3 , S_4 فهي تدعي بأسعار الظل والمقصود بأسعار الظل هو الربح الإضافي (الزيادة في الربح) المتحقق من زيادة الكميات المتاحة بمقدار وحدة واحدة،

سعر الظل للموارد المتاحة للقيد الأول S_1 هي$\frac{1}{3}$ والقيد الثاني S_2 هي$\frac{4}{3}$ أما بالنسبة للقيدين الثالث والرابع S_3 , S_4 فيبلغ كل منهما صفر وهذه القيمة تعني أن هناك فائض في الموارد المتاحة للقيد ين الثالث والرابع حيث تبغ للقيد الثالث3 أما للقيد الرابع فتبلغ $\frac{2}{3}$ وبالتالي فإن زيادة في استغلال الموارد المتاحة لهذين القيدين سوف لا تؤثر على كمية الإنتاج وبالتالي لا تؤثر على الربح الإجمالي .

وبناءً على ما تقدم إذا كان بمقدور الشركة زيادة إمكانيتها المتاحة من الموارد المتاحة فعليها أولاً زيادة الموارد المتاحة للقيد الثاني بهدف تحقيق ربح إضافي أكبر.

مثال ١:

Max Z= $4X_1+6X_2+3X_{3+}+X_4$

S.T

$3/2X_1+2X_2+4X_{3+}+3X_4 \leq 550$

$4X_1+X_2+2X_{3+}+X_4 \leq 700$

$2X_1+3X_2+X_{3+}+2X_4 \leq 200$

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

نحول النموذج للشكل القياسي:

Max Z= $4X_1+6X_2+3X_{3+}+X_4 +0S_1+0S_2+0S_3$

S.T

$3/2X_1+2X_2+4X_{3+}+3X_4+ S_1=550$

$4X_1+X_2+2X_{3+}+X_4+ S_2=700$

$2X_1+3X_2+X_{3+}+2X_4+ S_3=200$

$X_1, X_2, X_3, X_4, S_1, S_2, S_3 \geq 0$

تجهيز الجدول:

	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3		
C_b	4	6	3	1	0	0	0	RHS	Ratio
S_1 0	3/2	2	4	3	1	0	0	550	550/6=275
S_2 0	4	1	2	1	0	1	0	700	700/1=700
S_3 0	2	3	1	2	0	0	1	200	200/3=66.67
Z	0	0	0	0	0	0	0	**0**	
C−Z	4	6	3	1	0	0	0		

قيمة الطرف الأيمن:

550*0=(
700*0=(
200*0−(
0

	حساد			C−Z	
0*3/2+0*4+0*2=0			4		
0*2+0*1+0*3=0			6		
0*4+0*2+0*1=0			3		
0*3+0*1+0*2=0			1		
0*1+0*0+0*0=0			0		
0*0++0*1+0*0=0			0		
0*0+0*0+0*1=0			0		

نلاحظ أن العمود المحوري هو العمود الثاني(X_2 يدخل لان له اكبر معامل موجب) و الصف المحوري هو الصف الثالث (S_3 يخرج له اقل نسبة)

نقسم الصف الثالث على ٣

للحصول على الصف الأول: بضرب الصف الأول في ٢ وطرحه من الأول

للحصول على الصف الثاني:بطرح الصف الأول من الثاني

	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3		
C_b	4	6	3	1	0	0	0	RHS	Ratio
S_1 0	1/6	0	10/3	5/3	1	0	−2/3	1250/3	1250/3/ 10/3= 125
S_2 0	10/3	0	5/3	1/3	0	1	−1/3	1900/3	1900/3 /5/3=380
X_2 6	2/3	1	1/3	2/3	0	0	1/3	200/3	200/3/ 1/3=200
Z	4	6	2	4	0	0	2	**400**	
C−Z	0	0	1	−3	0	0	−2		

قيمة الطرف الأيمن:

0*1250/3=
0*1900/3=
6*200/3=4
400

C−Z **حساب**

4-	**0*1/6+0*10/3+6*2/3=**
6-	**0*0+0*0+6*1=6**
3-	**0*−2/3+0*−1/3+6*1/3**
1-	**0*10/3+0*5/3+6*1/3=**
0-	**0*1+0*0+6*0=0**
0-	**0*0+0*1+6*0=0**
0-	**0*−2/3+0*−1/3+6*1/3**

الحل ليس الأمثل لوجود قيمة موجبة في العمود الثالثX_3 الذي سوف نعتبره العمود المحوري ونخرج S_1 صاحب اقل نسبة، نضرب الصف الأول في ١٠/٣

للحصول على الصف الثاني: بضرب الصف gمحوري في ٣/٥ ٢ ونطرحه من الثاني

للحصول على الصف الثالث: بضرب الصف لمحوري 1/3 وطرحه من الثالث

	X_1	X_2	X_3	X_4	S_1	S_2	S_3		
C_b	4	6	3	1	0	0	0	**RHS**	**Ratio**
X_3 3	3/160	0	1	1/2	3/10	0	−1/5	125	
S_2 0	195/60	0	0	−1/2	−5/10	1	0	425	
X_2 6	39/60	1	0	1/2	−1/10	0	2/5	25	
Z	81/20	6	3	9/2	3/10	0	9/5	**525**	
C−Z	−1/2	0	0	−7/2	−3/10	0	−9/5		

بعد حساب قيم **Z** و **C−Z** نلاحظ أن قيم **C−Z** سالبة أو أصفار مما يعنى انه الحل الأمثل

$X_1=0$	$X_2=25$	$X_3=125$	$X_4=0$	$S_1=0$	$S_2=425$	$S_3=0$	$Z=525$

الحل الابتدائي الصناعي:

نجد أننا استخدمنا في طريقة السمبلكس المتغيرات العاطلة كبداية حل أساسي ، ومع ذلك فان معادلة القيد الأصلي أو علامة أكبر أو يساوي (≥) لا يمكن أن نبدأ بحل ابتدائي أولي ولتوضيح ذلك يمكن ملاحظة المثال التالي :

$$\text{Minimize } z = 4x_1+x_2$$

subject to :

$$3x_1+x_2=3$$

$$4x_1+3x_2 \geq ٦$$

$$X_1+2x_2 \leq ٤$$

$$X_1 , x_2 \geq ٠$$

يتم الحصول على الصياغة المعيارية عن طريق إضافة المتغير المضاد x_3 ، وإضافة المتغير العاطل (the slack variable) إلى الجانب الأيسر من القيد الثاني والقيد الثالث ، ولذلك نحصل على الصياغة التالية:

Minimize $z = 4x_1+x_2$

subject to :

$$3x_1+x_2=3$$
$$4x_1+3x_2-x_3 = 6$$
$$x_1+2x_2+x_4 = 4$$
$$x_1 , x_2, x_3 , x_4 \geq 0$$

وهنا نلاحظ وجود ثلاث معادلات وأربعة متغيرات غير معروفة ، وهذا يعني أن واحد من المتغيرات غير أساسي أي أن قيمته صفر عند أي حل أساسي ، ونجد وجود متغيرات عاطلة عند كل معادلة ولا نستطيع أن نتأكد عن طريق وضع متغير يساوي صفر ونجد أن المتغيرات الأساسية ليست سالبة ، وبالطبع في كل مرة سيكون واحد من المتغيرات مساويا صفر.

Example /2

حل المشكلة الآتية باستخدام x_4 , x_5 , x_6 كمتغيرات أساسية للحل الأول و الممكن

Max

$$Z = 3X_1 + X_2 + 2X_3$$

S.T

$$12X_1 + 3X_2 + 6X_3 + 3X_4 = 9 \quad (1)$$
$$8X_1 + X_2 - 4X_3 + 2X_5 = 10 \quad (2)$$
$$3X_1 - X_6 = 0 \quad (3)$$

$$X_1, X_2 ..... X_6 \geq 0$$

نقسم المعادلة (١) على ٣

$$4X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 = 3 \quad (1)$$

نقسم المعادلة (٢) بالعدد ٢

$$4X_1 + \frac{1}{2}X_2 - 2X_3 + X_5 = 5 \quad (2)$$

نقسم المعادلة (٣) بالعدد (−١)

$$-3X_1 + X_6 = 0 \quad (3)$$

V.B	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	R.H.S
Z_1	−3	−1	−2	0	0	0	0
X_4	4	1	2	1	0	0	3
X_5	4	1/2	−2	0	1	0	5
X_6	−3	0	0	0	0	1	0
Z	0	−1/4	−1/2	3/4	0	0	9/4
X_1	0	−1/2	1/2	1/4	0	0	3/4
X_5	0	−1/2	−4	−1	1		2
X_6	0	3/4	3/2	3/4	0	1	9/4

V	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	R.H.S

	0	0	0	1	0	1/2	3
	1	0	0	0	0	−1/3	0
	0	3/2	0	1	1	4/	8
	0	1/2	1	1/2	0	2/	3/2

التعامل مع حالات التعظيم و التدنيه(max ,and min)

Max

$$Z = 3X_1 + 2X_2$$

S.T

$$2X_1 + X_2 \le 100$$

$$X_1 + X_2 \le 80$$

$$X_1 \le 40$$

$$X_1, X_2 \ge 0$$

الشكل النمطي للمعادلة

Standard equation

$$Z = -3X_1 - 2X_2$$

S.T

$$2X_1 + X_2 + S_1 = 100$$

$$X_1 + X_2 + S_2 = 80$$

$$X_1 + S_3 = 40$$

$$X_1, X_2, X_3, S_1, S_2, S_3 \ge 0$$

V.I	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	R.H.S
Z	1	−3	−2	0	0	(	0

S_1	0	2	1	1	0	0	100
S_2	0	1	1	0	1	0	80
S_3	0	1	0	0	0		40

P.E is $X_1$and S_3 out

Min

$$Z = X_1 + X_2 - 4X_3$$

S.T

$$X_1 + X_2 + 2X_3 \le 9$$
$$X_1 + X_2 - X_3 \le 2$$
$$-X_1 + X_2 + X_3 \le 4$$
$$X_1, X_2, X_3 \ge 0$$

الشكل النمطي للمعادلة

Standard equation

$$Z = -X_1 - X_2 + 4X_3$$

S.T

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + S_1 = 9$$
$$X_1 + X_2 - X_3 + S_2 = 2$$
$$-X_1 + X_2 + X_3 + S_3 = 4$$
$$Xi \ge 0, i = 1,2,3$$
$$Si \ge 0, i = 1,2,3$$

V.B	Z	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	S_3	R.H.S
Z	1	−1	−1	4	0	0		0

S_1	0	1	1	2	1	0	0	9
S_2	0	1	1	−1	0	1	0	2
S_3	0	−1	1	1	0	0	1	4

P.E is $X_3$and S_3 out

طريقة السمبلكس

تستخدم طريقة السنبلكس في حل مشاكل البرمجة الخطية على اساس ان هناك انواع من نماذج البرمجة الخطية

Gi xi $\left\{ \begin{matrix} \leq \\ \geq \\ = \end{matrix} \right\}$

بالإضاقة الى وجود القيود الاسلبية وايضا دالة الهدف

اما ان تكون تعضيم الربح max

او تدنية التكاليف min

ولذلك فإنه يمكن تحويل $\geq$ او $\leq$ باضافة متغير عاطل (slock variable)

او متغير زائد (surplas variable) الى الطرف الايسر من القيد

مثال :

$X1 + 2X2 \leq \mathbf{6}$

$X1 + 2X2 + \mathbf{S1} = \mathbf{6}$

$S1 \geq 0$

مثال ٢

$3X1 + 2X2 - 3X3 \geq 5$

$3X1 + 2X2 - 3X3 - S1 = 5$

$S1 \geq 0$

س١ماذا لو كان الطرف الايمن سالب ؟

$2X1 + 2X2 - 3X3 = -5$

يتم ضرب المعادلة في سالب (1)

$-2X1 \ -2X2 + 3X3 = 5$

مثال٣

$2X1 - X2 \leq -5$

يتم ضرب المعادلة في سالب (1)

$-2X1 + X2 \geq 5$

عند ما تكون المتغيرات غير محددة الإشارة

غير محددة الإشارة X1

$X1 = (X1 - X2)$

مثال :

Max

Z $2x1 + 3x2$

S . to

$X1 + x2 \leq 4$

$2x1 + 3x2 \leq 6$

X1

غير محددة الإشارة

$X2 \geq 0$

$2(X1- X1)$

$X1(X1 - X 1)$

النموذج النمطي للبرمجة الخطية

قد يكون التعظيم أو التدنية وقد يتطلب الأمر أحيا إلى تحويل أحدهما الى للأخر

مثال

دالة الهدف التالية

Max

$Z = 5X_1 + 2X_2 + 3X_3$

وهي تكافئ رياضياً الدالة التالية :

Min

$-Z = -5X_1 -2X_2 -3X_3$

X_1 , X_2 , X_3 ونجد ان كلا من القيم

هي نفسها في كلا من الحالتين والاختلاف الرصيد سيكون في اختلاف دالة الهدف على الرغم من تساوي القيمة رقمياً

مثال

أعد كتابة نموذج البرمجة الخطية التالية بالشكل النمطي .

Min

$Z = 2X_1 + 3X_2$

S.TO

$X_1 + X_2 = 15$

$-2X_1 + 3X_2 \leq -5$

$7X_1 - 4X_2 \leq 6$

X_1 غير محددة الإشارة

$X_2 \geq 0$

$X_1 = X_1^- - X_1^=$

Min

$Z = 2X^-_1 - 2X^=_1 + 3X_2$

S. to

$X^{-}_1 - X^{=}_1 - X_2 = 10$

$2X^{-}_1 - 2X^{=}_1 - 3X_2 \geq 5$

$7X^{-}_1 - 7X^{=}_1 - 4X_2 \leq 6$

$X^{-}_1 \geq 0$

$X^{=}_1 \geq 0$

$X_2 \geq 0$

$X^{-}_1 - X^{=}_1 + X_2 = 10$

$2X^{-}_1 - 2X^{=}_1 - 3X_2 - S_1 = 5$

$7X^{-}_1 - 7X^{=}_1 - 3X_2 + S_2 = 6$

حول هذه المعادلة الى الشكل النمطي

Max

$3X_1 + 2X_2$

S.to

$X_1 + 2X_1 \leq 6$

$2X_1 + X_2 \leq 8$

$-X_1 + X_2 \leq 1$

$X_2 \leq 2$

$X_1 , X_2 \geq 0$

$X_1 + 2X_2 + S_1 \leq 6$

$2X_1 + X_2 + S_2 \leq 8$

$-X_2 + X_2 + S_3 \leq 1$

$X_2 + S_4 \quad 2$

$X_1 , X_2 , S_1 , S_2 , S_3 , S_4 \geq 0$

النموذج النمطي في هذا المثال يحتوي على ما يلي عدد M من المعادلات تساوي 4
وعدد n من التغيرات تساوي 6
فنلاحظ أن M < n
ومن هذا المنطلق فإن الحلول التي سوف نحصل عليها هي التي تجعل (M – n)
متغيرات = 0 ويطلق عليها جبرياً الحلول الأساسية وعند استيفاء الحل الأساسي
قيود عدم ..... يطلق عليه حل أساسي ممكن
وتسمى المتغيرات التي قيمتها مساوية للصفر المتغيرات غير الأساسية
ويستنتج أن الحد الأقصى لعدد التحسينات لا يمكن أن تزيد

$$= \frac{n}{M!\,(n-m)!}$$

$$= \frac{6!}{4!\,(6-4)!}$$

$$= 15$$

Min

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3$$

S. to

$$2X_1 + X_2 \leq 100$$

$$X_1 + X_2 \leq 8$$

$$X_1 \leq 40$$

$$X_1 , X_2 \geq 0$$

$$Z = 3X_1 + 2X_2$$

S . to

$$2X_1 + X_2 \leq 100$$

$$X_1 + X_2 \leq 80$$

$$X_1 \leq 40$$

$X_1, X2, \geq 0$

المطلوب : حل المشكلة بطريقة السمبلكس

الـــحـــل

الشكل النمطي

$Z = 3X1 + 2X2 + 0S1 + oS2 + o\ S3$

S. to

$$2X1 + X2 + S1 = 100$$
$$X1 + X2 + S2 = 80$$
$$X1 + S3 = 40$$

$0 \geq X1, X2, S1, S2, S3$

من اجل إيجاد قيمة Z ينقل إلى الطرف الأخر

$Z - 3X1 - 2X2 - 0S1 - oS2 - o\ S3$

	B.V	Z	X1	X2	S1	S2	S3	R.H.S
R1	S1	0	2	1	1	0	0	100
R2	S2	0	1	1	0	1	0	80
R3	S3	0	1	0	0	0	1	40
R4	Z	1	−3	−2	0	0	0	0
R1	S1	0	0	1	1	0	−2	20
R2	S2	0	0	1	0	1	−1	40
R3	X1	0	1	0	0	0	1	40

R4	Z	1	0	−2	0	0	3	120
R1	X2	0	0	1	1	0	−2	20
R2	S2	0	0	0	−1	1	1	20
R3	X1	0	1	0	0	0	1	40
R4	Z	1	0	0	2	0	−1	160
R1	X2	0	0	1	−1	2	0	60
R2	S3	0	0	0	1	1	1	20
R3	X1	0	1	0	1	−1	0	20
R4	Z	1	0	0	1	1	0	180

P. E = min $\left\{ \frac{bi}{ai} \right\}$ $\left\{ \frac{100}{2} , \frac{80}{1} , \frac{40}{1} \right\}$

−R3 + R2

$$
\begin{array}{l}
-(0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 40) \\
+(0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 80) \\
\hline
(0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad -1 \quad 40)
\end{array}
$$

−2 R3 + R1

$$
\begin{array}{l}
-2(0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 40) \\
+(0 \quad 2 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 100) \\
\hline
(0 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad -2 \quad 20)
\end{array}
$$

+3R3 + R2

$$3(0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 40)$$
$$+(1\ \ -3\ \ -2\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 0)$$
$$(1\ \ 0\ \ -2\ \ 0\ \ 0\ \ 3\ \ 120)$$

P. E = min = $\left\{ \frac{bi}{ai} \right\}$ $\left\{ \frac{20}{1}\ ,\ \frac{40}{1}\ ,\ \frac{40}{0} \right\}$

−R1+R2

$$-(0\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ -2\ \ 20)$$
$$+(0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ -1\ \ 40)$$
$$(0\ \ 0\ \ 0\ \ -1\ \ 1\ \ 1\ \ 20)$$

2 R1 + R4

$$2(0\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ -2\ \ 20)$$
$$(1\ \ 0\ \ -2\ \ 0\ \ 0\ \ 3\ \ 120)$$
$$1\ \ 0\ \ 0\ \ 2\ \ 0\ \ 1\ \ 160$$

−R2 + R 3

$$-(0\ \ 0\ \ 0\ \ -1\ \ 1\ \ 1\ \ 20)$$
$$(0\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 40)$$
$$0\ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ -1\ \ 0\ \ 20$$

2R2 + R 3

$$-(0\ \ 0\ \ 0\ \ -1\ \ 1\ \ 1\ \ 20)$$
$$(0\ \ 0\ \ 1\ \ 1\ \ 0\ \ -2\ \ 20)$$
$$0\ \ 0\ 1\ \ -1\ \ 2\ \ 0\ \ 60$$

R2 + R 4

(0 0 0 −1 1 1 20)
(1 0 0 2 0 −1 160)
1 0 0 1 1 0 180

ويتم إلانتها من الحل إذا لم تظهر في قيم Z سالب
التأكد من إن الحل صحيح

Z= 3X1 + 2X 2
X2 = 60 , X1 = 20
=3 (20) + 2 (60)
60 +120 = 180
Z = 180

الحل إذا صحيح
مثال

Z = 3X1+ 2X3

S . to

12X1 +3 X 2 +6x3+3x4 = 9
8X1 +2X 2−4x1+2x5 = 10
3X1 **−x6 = 0**
0≥X1, X2,x3 ,x4 ,x5 ,x6

المطلوب : حل المشكلة بطريقة البرمجة الخطية باستخدام x4 ,x 5 ,x 6

الـــحـــل

يتم تقسيم المعادلة (١) على 3

4X1 +X 2+2x3+x4 = 3

ونقسم المعادلة (2) على 2

4X1 +X 2−2x1+x5 = 5

الشكل النمطي

Z = − 3X1− 2X2− 2X3− 0x4 − ox5 − ox6

	B.V	Z	X1	X2	X3	X4	X5	X6	R.H.S
R1	X4	0	4	1	2	1	0	0	3
R2	X5	0	4	1	−2	0	1	0	5
R3	X6	0	3	0	0	0	0	-1	0
R4	Z	1	−3	−2	−2	−2	0	0	0
R1	X4	0	0	1	2	1	0	/3	3
R2	X5	0	0	1	−2	0	1	/3	5
R3	X1	0	1	0	0	0	0	/3	0
R4	Z	1	0	−2	−2	0	0	-1	0
R1	X2	0	0	1	2	1	0	/3	3
R2	X5	0	0	0	−4	−1	1	0	2
R3	X1	0	1	0	0	0	0	/3	0
R4	Z	1	0	0	2	2	0	/3	6

نظرا لان محور الارتكاز للمتغير 1 x في المعادلة 3 R هو 3 فسوف يتم تقسيمه على 3 لنحصل بذلك على 1

−4R3 + R2

−4 (0 1 0 0 0 0 −1/3 0)
+(0 4 1 −2 0 1 0 5)
(0 0 1 −2 0 1 4/3 5)

−4R3 + R1

−4 (0 1 0 0 0 0 −1/3 0)

+(0 4 1 2 1 0 0 3)

(0 0 1 2 1 0 4/3 3)

3R3 + R4

3 (0 1 0 0 0 0 −1/3 0)

+(1 −3 −2 −2 0 0 0 0)

(1 0 −2 −2 0 0 −1 0)

−R1 + R2

− (0 0 1 2 1 0 4/3 3)

+(0 0 1 −2 0 1 4/3 5)

(0 0 0 −4 −1 1 0 2)

2R1 + R4

2 (0 0 1 2 1 0 4/3 3)

+(1 0 −2 −2 0 0 −1 0)

(1 0 0 2 2 0 5/3 6)

ويتم إلانتها من الحل إذا لم تظهر في قيم Z سالب

تدريب ١:

مثال ٢ ترغب شركة ب طرح نوعية وكميات جديدة منتجاتها الحالية اعتباراً من العام القادم طلبت الشركة المذكورة من إدارة الإنتاج دراسة هذه المشكلة مع وضع خطة إنتاج بالشكل الذي يحقق لها أكبر عائد مالي في ظل الاستغلال الأمثل لمستلزمات الإنتاج الأساسية والجدول التالي يوضح بيانات المشكلة.

نوع المنتج / المستلزمات الأساسية	المنتج رقم (1	المنتج رقم (2	المنتج رقم (3	المنتج رقم (4	المنتج رقم (5	مقدار المتوفر من المستلزمات الأساسية
المواد الأولية	4	1	1.5	2.5	0	150

الطاقة الكهربائية	**2**	**3**	**1**	**2**	**7**	**180**
ساعات العمل	**0**	**2**	**2**	**0**	**2**	**120**
الربح المتوقع	**2**	**1**	**4**	**2**	**1**	

المطلوب:

كون نموذج البرمجة الخطية لهذه المشكلة.؟

حل نموذج البرمجة الخطية باستخدام أسلوب السمبلكس ؟

الحل باستخدام المتغيرات الصناعية:

تستخدم هذه الطريقة في حالة وجود قيد واحد على الأقل بشكل مساوية أو بشكل أكبر أو يساوي ويوجد طريقتين في هذه الحالة هي:

طريقة (أم الكبرى) Big–M Technique

طريقة المرحلتين

أولاً : طريقة (أم الكبرى) Big–M Technique

عندما تكون الدالة من النوع Min

مثال : أوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

$$\text{Min z} = 2X_1 + 3X_2$$

القيود

$$-2X_1 + 3X_2 = 3$$

$$4X_1 + 5X_2 \geq 10$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 5$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2 \geq 0$$

الحل:

يتم تحويل الدالة إلى الشكل المعياري كم يلي:

$$-2X_1 + 3X_2 = 3$$

$$4X_1 + 5X_2 - S_1 = 10$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 5$$

$$X_1 \geq 0 \quad , \quad X_2, \geq 0 \, , \, S_1 \geq 0 \quad , \quad S_2, \geq 0$$

ولأن هناك احتمال بأن تكون كل من X_1 , X_2 تساوي صفر فهذه تعطي من القيد الأول والقيد الثاني نوعا من الخطأ، ولذلك لأبد من إضافة متغير أخر مهمته تغطية هذه الاحتمالية ويسمى هذا المتغير بالمتغير الاصطناعي A حيث

يضاف هذا المتغير فقط في القيود التي تكون على شكل مساواة أو أكبر أو يساوي في مثالنا سوف يضاف المتغير الاصطناعي A للقيد الأول لأنه على شكل مساواة ، وإلى القيد الثاني لأنه على شكل أكبر أو يساوي ولن يضاف إلى القيد الثالث لأنه على شكل أقل أو يساوي.

$$-2X_1 + 3X_2 + A_1 = 3$$

$$4X_1 + 5X_2 - S_1 + A_2 = 10$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 5$$

وحتى يكون الحل الأمثل صحيحاً يجب إضافة هذه المتغيرات الاصطناعية إلى دالة الهدف وذلك بعد ضربها في قيمة ثابتة M وهي قيمة كبيرة فتصبح دالة الهدف

$$\text{Min } z = 2X_1 + 3X_2 + MA_1 + MA_2$$

ولأن A_1, A_2 متغيرات غير أساسية يجب أن يكون معاملها في دالة الهدف في الحل المبدئي يساوي صفر لذلك يجب التعويض عنها في دالة الهدف من القيدين الأول والثاني.

حيث من القيد:

$$A_1 = 3 + 2X_1 - 3X_2$$

$$A_2 = 10 - 4X_1 - 5X_2 + S_1$$

بتعويض عن قيمة A_1, A_2 في دالة الهدف

$$\text{Min } z = 2X_1 + 3X_2 + MA_1 + MA_2$$

تصبح دالة الهدف بالشكل:

$$\text{Min } z = 2X_1 + 3X_2 + M(3 + 2X_1 - 3X_2) + M(10 - 4X_1 - 5X_2 + S_1)$$

وبتبسيط دالة الهدف تصبح بالشكل التالي:

$$\text{Min } z = 2X_1 + 3X_2 + 3M + 2MX_1 - 3MX_2 + 10M - 4MX_1 - 5MX_2 + MS_1$$

ومنها

$$\text{Min } z = (2 + 2M)X_1 + (3 - 8M)X_2 + 13M + MS_1$$

نضع الثوابت في طرف والمتغيرات في طرف نحصل على.

$$z + (-2 + 2M)X_1 + (-3 + 8M)X_2 - MS_1 = 13M$$

ملاحظة : إذا كانت الدالة Max نطرح المتغيرات الاصطناعية من دالة الهدف وذلك بعد ضربها في قيمة ثابتة M وهي قيمة كبيرة:

نشكل جدول الحل الابتدائي التالي:

الجدول الأول(جدول الحل المبدئي)

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	الثوابت
A_1	−2	3	0	0	1	0	3
A_2	4	5	−1	0	0	1	10
S_2	1	2	0	1	0	0	5
Z	−2+2M	−3+8M	−M	0	0	0	13M

المتغير الداخل: هو X_2 لأنه أكبر قيمة بالموجب لأن الدالة min

بقسمة الثوابت على عناصر المتغير الداخل نجد أن A_1 هو المتغير الخارج.

العنصر المحوري هو 3 وهي نقطة تقاطع المتغير الخارج مع المتغير الداخل.

نشكل الجدول الثاني كما يلي:

ندخل X_2 (المتغير الداخل) بدلاً

عن A_1 (المتغير الخارج

ونحسب قيمتها بأن نقسم عناصر سطر

A_1 (أي عناصر المتغير الخارج) في الجدول الأول على العنصر المحوري 3 تنتج قيم جديدة تسمي معادلة المحور كما يلي:

معادلة الم 1 0 1/3 0 0 1 −2/3

والناتج نضعه في الجدول الثاني

ندرس التأثير على Z و A_2 و S_2

تأثيره على Z بضرب معادلة المحور بـ 3−8M نحصل على

1	0	1/3	0	0	1	−2/3	3−8M×
3−8M	0	1−8/3M	0	0	3−8M	−2+16/3M	=

والناتج نضيفه إلى عناصرسطر قيم Z في الجدول الأول كما يلي:

3−8M	0	1−8/3M	0	0	3−8M	−2+16/3M	+
13M	0	0	0	−M	−3+8M	−2+2M	
3+5M	0	1−8/3M	0	−M	0	−4+22/3M	

بنفس أسلوب السمبلكس البسيط ندرس تأثيره على A_2 و S_2 نحصل على

الجدول الثاني

الثوابت	A_2	A_1	S_2	S_1	X_2	X_1	المتغيرات الأساسية
1	0	1/3	0	0	1	−2/3	X_2
5	1	−5/3	0	−1	0	22/3	A_2
3	0	−2/3	1	0	0	7/3	S_2
3+5M	0	1−8/3M	0	−M	0	−4+22/3M	Z

المتغير الداخل: هو X_1 لأنه أكبر قيمة بالموجب

بقسمة الثوابت على عناصر المتغير الداخل نجد أن A_2 هو المتغير الخارج.

العنصر المحوري هو 22/3 وهي نقطة تقاطع المتغير الخارج مع المتغير الداخل

ندخل X_1 (المتغير الداخل) بدلاً عن A_2 (المتغير الخارج ونحسب قيمتها بأن نقسم عناصر سطر A_1 (أي عناصر المتغير الخارج) في الجدول الأول على العنصر المحوري 22/3 تنتج قيم جديدة تسمي معادلة المحور كما يلي:

معادلة المحور 5/22 3/22 −5/22 0 −3/22 0 1

والناتج نضعه في الجدول الثالث

ندرس التأثير على Z و A_2 و S_2

تأثيره على Z بضرب معادلة المحور بـ 4−22/3M نحصل على

15/22	3/22	−5/22	0	−3/22	0	1	4−22/3M
60/22−5M	12/22−M	−20/22+5/3M	0	−12/22+M	0	4−22/3M	=

والناتج نضيفه إلى عناصرسطر قيم Z في الجدول الثاني كما يلي:

60/22−5M	12/22−M	−20/22+5/3M	0	−12/22+M	0	4−22/3M	+
3+5M	0	1−8/3M	0	−M	0	−4+22/3M	
126/22	12/22−M	2/22−M	0	−12/22	0	0	

بنفس أسلوب السمبلكس البسيط ندرس تأثيره على A_1 و S_2 نحصل على

الجدول الثالث:

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	A_2	الثوابت
X_2	0	1	−2/22	0	6/33	2/22	16/11
X_1	1	0	−3/22	0	−5/22	3/22	15/22
S_2	0	0	7/22	1	−3/22	−7/22	31/22
Z	0	0	−12/22	0	2/22−M	12/22−M	126/22

ننظر إلي سطر دالة الهدف Z في الجدول الثالث نلاحظ أنه جميع القيم سالبة أو أصفار وبما أن الدالة من النوع Min نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل. صفرية نكون أي أن

$$Z = \frac{126}{22} X_1 = \frac{15}{22}, X_2 = \frac{16}{11},$$

التحقق من الحل:

بما أن دالة الهدف هي:

$$Min\ z = 2X_1 + 3X_2$$

وبالتعويض عن قيمة X_1 و X_2 في دالة الهدف نحصل على:

$$\text{Min } z = 2 \times \frac{15}{22} + 3 \times \frac{16}{11} = \frac{126}{22}$$

عندما تكون الدالة من النوع Max

مثال : أوجد الحل الأمثل لنموذج البرمجة الخطية التالية:

$$\text{Max } z = 5X_1 + 3X_2$$

القيود

$$4X_1 + 3X_2 \leq 12$$

$$-X_1 + X_2 \geq 1$$

$$X_1 \geq 0 \ , \ X_2 \geq 0$$

الحل:

يتم تحويل الدالة إلى الشكل المعياري كم يلي:

$$4X_1 + 3X_2 + S_1 = 12$$

$$-X_1 + X_2 - S_2 + A_1 = 1$$

$$X_1 \geq 0 \ , \ X_{2,} \geq 0 \ , \ S_1 \geq 0 \ , \ S_{2,} \geq 0$$

وحتى يكون الحل الأمثل صحيحاً يجب طرح المتغيرات الاصطناعية من دالة الهدف وذلك بعد ضربها في قيمة ثابتة M وهي قيمة كبيرة فتصبح دالة الهدف

$$Max\ z = 5X_1 + 3X_2 - MA_1$$

ولأن A_1, A_2 متغيرات غير أساسية يجب أن يكون معاملها في دالة الهدف في الحل المبدئي يساوي صفر لذلك يجب التعويض عنها في دالة الهدف من القيدين الأول والثاني.

حيث من القيد:

$$A_1 = 1 + X_1 - X_2 + S_2$$

بتعويض عن قيمة A_1 في دالة الهدف

$$\text{Max } z = 5X_1 + 3X_2 - MA_1$$

تصبح دالة الهدف بالشكل:

$$\text{Max } z = 5X_1 + 3X_2 - M(1+X_1 - X_2 + S_2)$$

وبتبسيط دالة الهدف تصبح بالشكل التالي:

$$\text{Max } z = 5X_1 + 3X_2 - M - MX_1 + MX_2 - MS_2$$

ومنها

$$\text{Max } z = (5 - M)X_1 + (3 + M)X_2 - M - MS_2$$

نضع الثوابت في طرف والمتغيرات في طرف نحصل على.

$$z - (5 - M)X_1 - (3 + M)X2 + MS_2 = -M$$

نشكل جدول الحل الابتدائي التالي:

الجدول الأول(جدول الحل المبدئي)

المتغيرات الأ	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	الثوابت
S_1	4	3	1	0	0	12
A_1	−1	1	0	−1	1	1
Z	−5+M	−3−M	0	M	0	−M

المتغير الداخل: هو X_2 لأنه أكبر قيمة بالسالب لأن الدالة Max'

بقسمة الثوابت على عناصر المتغير الداخل نجد أن A_1 هو المتغير الخارج.

العنصر المحوري هو 1 وهي نقطة تقاطع المتغير الخارج مع المتغير الداخل.

نشكل الجدول الثاني كما يلي:

ندخل X_2 (المتغير الداخل) بدلاً

عن A_1 (المتغير الخارج

ونحسب قيمتها بأن نقسم عناصر سطر

A_1 (أي عناصر المتغير الخارج) في الجدول الأول على العنصر المحوري 1 تنتج قيم جديدة تسمي معادلة المحور كما يلي:

معادلة الم 1	1	−1	0	1	−1

والناتج نضعه في الجدول الثاني

ندرس التأثير على Z و S_1 و

تأثيره على Z بضرب معادلة المحور بـ 3+3M نحصل على

1	1	−1	0	1	−1	3+M×
3+M	3+M	−3−M	0	3+M	−3−M	=

والناتج نضيفه إلى عناصرسطر قيم Z في الجدول الأول كما يلي:

3+M	3+M	−3−M	0	3+M	−3−M	
−M	0	M	0	−3−M	−5+M	+
3	3+M	−3	0	0	−8	

بنفس أسلوب السمبلكس البسيط ندرس تأثيره على S_1 نحصل على

الجدول الثاني

الثوابت	A_1	S_2	S_1	X_2	X_1	المتغيرات الأساسية
9	−3	3	1	0	7	S_1
1	1	−1	0	1	−1	X_2
3	3+M	−3	0	0	−8	Z

المتغير الداخل: هو X_1 لأنه أكبر قيمة بالموجب

بقسمة الثوابت على عناصر المتغير الداخل نجد أن S_1 هو المتغير الخارج. تهمل القسمة على السالب

العنصر المحوري هو 7 وهي نقطة تقاطع المتغير الخارج مع المتغير الداخل

ندخل X_1 (المتغير الداخل) بدلاً عن S_1 (المتغير الخارج ونحسب قيمتها بأن نقسم عناصر سطر S_1 (أي عناصر المتغير الخارج) في الجدول الأول على العنصر المحوري 7 تنتج قيم جديدة تسمي معادلة المحور كما يلي:

معادلة المحور	9/7	−3/7	3/7	1/7	0	1

والناتج نضعه في الجدول الثالث

ندرس التأثير على Z و X_2

تأثيره على Z بضرب معادلة المحور بـ 8 نحصل على

8 ×	9/7	−3/7	3/7	1/7	0	1
=	72/7	24/7	24/7	8/7	0	8

والناتج نضيفه إلى عناصرسطر قيم Z في الجدول الثاني كما يلي:

+	72/7	24/7	24/7	8/7	0	8
	3	3+M	−3	0	0	−8
	93/7	55/7+M	4/7	8/7	0	0

بنفس أسلوب السمبلكس البسيط ندرس تأثيره على X_2 نحصل على

الجدول الثالث

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	A_1	الثوابت
X_1	1	0	1/7	3/7	−3/7	9/7
X_2	0	1	1/7	−4/7	4/7	16/7
Z	0	0	8/7	4/7	55/7+M	93/7

ننظر إلي سطر دالة الهدف Z في الجدول الثالث نلاحظ أنه جميع القيم موجبة أو أصفار وبما أن الدالة من النوع MAX نكون قد وصلنا إلى الحل الأمثل.

$$Z = \frac{93}{7} X_1 = \frac{9}{7} , X_2 = \frac{16}{7} ,$$

التحقق من الحل:

بما أن دالة الهدف هي:

$$Max\, z = 5X_1 + 3X_2$$

وبالتعويض عن قيمة X_1 و X_2 في دالة الهدف نحصل على:

$$\text{Max } z = 5 \times \frac{9}{7} + 3 \times \frac{16}{7} = \frac{93}{7}$$

"استخدام المتغيرات الصناعية "

حل ابتدائي وهمي ARTIFICIAL STANTING SOLUATION

– تعاملنا في طريقة السمبلكس مع قيود من النوع .(S) و المتغيرات العاطلة كحل أساسي ابتدائي

– اذا كانت القيود الاصلية في شكل معادلة او من النوع (≥) فلن يكون لدينا حل أساسي ابتدائي ممكن .

لشرح هذا المفهوم مستخدم المثال التالي :

Example (1)

Min $Z = 4X_1 + X_2$

S.T

$3X_1 + X_2 = 3$

$4X_1 + 3X_2 \geq 6$

$X_1 + 2X_2 \leq 4$

$X_1, X_2 \geq 0$

الشكل النمطي للمعادلة

Standard equation

$Z = 4X_1 + X_2$

S.T

$3X_1 + X_2 = 3$

$4X_1 + 3X_2 - X_3 = 6$

$X_1 + 2X_2 + X_4 = 4$

$Xi \geq 0, i = 1,.....,4$

عدد المعادلات (= ٣m)

عدد المتغيرات (= ٤n) غير معرفه قيمتها

* نقوم بانابة متغيرات وهمية" artificial var"

و هي غير سالبة الجهات (الجانب الأيسر)

* المتغير الوهمي يلعب نفس الدور الذي يلعبة المتغير العاطل .

و هو ايجاد حل اساسي

أي نستخدم هذه المتغيرات ضمن الحل الامثل أي تصبح قيمتها تساوي صفؤ . بمعنى اخر نستخدم هذه المتغيرات فقط لابتداء الحل ثم نجبرها بعد ذلك للخروج من الحل و تصبح صفراً في الحل النهائئ و الا سيكون الحل غير ممكن
نستخدم طريقتين :
طريقة M " طريقة الجزاء"

Min

$$Z = 4X_1 + X_2$$

S.T

$$3X_1 + X_2 = 3 \rightarrow (1$$
$$4X_1 + 3X_2 - X_3 = 6 \rightarrow (2$$
$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 4 \rightarrow (3$$
$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

المعادلتين ١) ،٢) لا يوجد فيها متغيرات تلعب دور المتغيرات العاطلة .
اذا نصنف المتغيرات الوهمية R٢R,١ الى هاتين المعادلتين على النحو التالي :

$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3$$
$$4X_1 + 3X_2 - X_3 + R_2 = 6$$

نفرض ان M >٠ (رقم موجب كبير جدا و بالتالي يصبح نمزذج البرمجة الخطية بمتغيرات الوهمية كالتالي

$$Z = 4X_1 + X_2 + MR_1 + MR_2$$

S.T

$$3X_1 + X_2 + R_1 = 3$$
$$4X_1 + 3X_2 - X_3 + R_2 = 6$$
$$X_1 + 2X_2 + X_4 = 4$$
$$X_1, X_2, X_3, R_1, R_2, X_4 \geq 0$$

لا بد ان يتضمن الحل الأساسي الابتدائي عدد

n−m

6−3=3

متغيرات بقيمة صفر

اذا جعلنا $X_1 = X_2 = X_3$

و هو الحل الممكن الابتدائي $R_1 = 3, R_2 = 6, X_4 = 4$

في النموذج الجديد لابد أن يكون R٢R,١ هما مساويان للصفر

حيث ان عملية التدنيه مستحث دائما ادنى قيمة لدالة الهدف Z و بالتالي لا بد من استبعاد R٢R,١ ذوي المعاملات M .

اما اذا كانت المشكلة تعظيم بدلا من تدنيه ؟

نستخدم نفس منطق المتغير الوهمي و يجب وضع المعامل (M−) قيمة سالبة كبيرة جداً في دالة الهدف حيث M >٠ ، و بالتالي تبقى المتغيرات الوهمية بقيم موجبة عند التوصيل الى الحل الامثل .

في المثال السابق يمكننا ايجاد R٢R,١ على النحو التالي :

$$R_1 = 3 - 3X_1 - X_2$$
$$R_2 = 6 - 4X_1 - 3X_2 + X_3$$
$$Z = 4X_1 + X_2 + M(3 - 3X_1 - X_2) + M(6 - 4X_1 - 3X_2 + X)$$
$$Z = 4X_1 + X_2 + 9M - 7X_1M - 4X_2M + X_3M$$
$$Z = X_1(4 - 7M) - (1 - 4M)X_2 - X_3M = 9M$$
$$X_1 = 0, X_2 = 0, X_3 0$$
$$Z = 9M, R_1 = 3, R_2 = 6$$

نبحث عن اكبر معامل موجب :

	تغيرات الحل	X_1	X_2	X_3	R_1	R_2	X_4	عمود الحل
	Z	−4+7M	−1+4M	−M	0	0		9M
PE is x_i P_0 is R_1	R_1	3	1	0	1	0	0	3
	R_2	4	3	−1	0	1	0	6
	X_4	1	2	0	0	0	1	4
	Z	0	$\frac{1+5M}{3}$	−M	$\frac{4-7M}{3}$	0		4+2M
$-4R_1 + R_3$ $-R + R4$ $(-4+7M)R_2 + R_1$	X_1	1	1/3	0	1/3	0		1
	R_2	1	5/3	−1	−4/3	1		2
	X_4	1	5/3	0	−1/3	0		3
	Z	0	0	1/5	$\frac{8}{5} - M$	$\frac{-1}{5} - M$		18/5
	X_1	1	0	1/5	3/5	−1/5	0	3/5
	X_2	0	1	−3/5	−4/5	3/5	0	6/5
	X_4	0	0	1	1	−1	1	1
	Z	0	0	0	$\frac{7}{5} - M$	$-M$	−1/5	17/5

	X_1	1	0	0	2/5	0	−1/5	2/5
	X_2	0	1	0	−1/5	0	3/5	9/5
	X_4	0	0	1	1	−1	1	1

$$(4X_1 - 7MX_1) + (X_2 - 4MX_2) + MS_1 + 9M$$
$$X_1(4-7M) + X_2(1-4M) + MS_1 + 9M$$

Example 2

Minimize $Z : X_1 + 3X_2$

S.T : $X_1 + X_2 \geq 4$

$2X_1 + X_2 \leq 6$

$X_2 = 3$

$X_1, X_2 \geq 0$

The stamdwsd form

$Z = X_1 + 3X_2 + MR_1 + MR_2$

S.T : $X_1 + X_2 - S_1 + R_1 = 4$

$2X_1 + X_2 + S_2 = 6$

$X_2 + R_2 = 3$

$X_1, X_2, S_1, S_2, R_1, R_2 \geq 0$

إذا جعلنا R_1, R_2 نوجدهم على النحو الأتي

$R_1 = 4 - X_1 - X_2 + S_1$

$R_2 = 3 - X_2$

$\rightarrow Z = X_1 - 3X_2 + M(4 - X_1 - X_2 + S_1) + M(3 - X_2)$

$= X_1 - 3X_2 + 7M - X_1M - 2X_2M + MS_1$

$= X_1(1-M) + X_2(3-2M) + 7M + MS_1$

$Z - X_1(1-M) - X_2(3-2M) - 7M - MS_1$

$Z + (-1+M) - (-3+2M) - MS_1 = 7M$

B.V	Z	X_1	X_2	S_1	R_1	S_2	R_2	R.H.S
Z_1	1	−1+M	−3+2M	−M	0	0	0	7M
R_1	0	1	1	−1	1	0	0	4
S_2	0	2	1	0	0	1	0	6
R_1	0	0	1	0	0	0	1	3
Z	1	−1+M	0	−M	0	0	3−2M	9−M
R_1	0	1	0	−1	1	0	−1	1
S_2	0	2	0	0	0	1	−1	3
X_2	0	0	1	0	0	0	1	3
Z	1	0	0	1	1−M	0	2−M	10
X_1	0	1	0	−1	1	0	−1	1
S_2	0	0	0	2	−2	1	1	3
X_2	0	0	1	0	0	0	1	3

Min

$$Z = 4X_1 + X_2$$

S.T $3X_1 + X_2 = 3$

$4X_1 + 3X_2 \geq 6$

$X_1 + 2X_2 \geq 4$

$X_1, X_2 \geq 0$

Max

$$Z = X_1 + X_2$$

S.T $2X_1 + 3X_2 = 5$

$7X_1 + 2X_2 \leq 6$

Max

$$Z = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$$

S.T $2X_1 + X_2 + X_3 = 7$

$$4X_1 + 3X_2 + X_4 = 8$$

يتم التعويض عن

$$X_4 = 8 - 4X_1 - 3X_2$$
$$X_3 = 7 - 2X_1 - X_2$$

أسلوب المرحلتين

The Two PH ASE TECHNIQUE

عيوب أسلوب M

احياناً يمكن أن يحدث خطأ حسابي نتيجة لتخصيص قيمة كبيرة جداً لـ M مثال عندما $Z = (4 - 7M) - (1 - 4M)$ وعند جعل M=100000 ولذلك نجد أن تأثير المعاملات (١,٤) صغير جداً مقارنة بالارقام الكبيرة بسبب الضرب في M وفي هذه الحالة نجد أن الرقم الصغير يمكن أن نهمله أو احياناً يحصل تقريب الرقم والتقريب في كثير من الاحيان يحدث اخطأ تؤثر على برامج الحاسبات الالكترونية الرقمية .

ولذلك فقد تم تصمصم طريقة المرحلتين لتجنب هذه المشكلة حيث سيتم التخلص من M من خلال حل المشكلة على مرحلتين مع ملاحظة .

أنه سيتم إضافة المتغيرات الوهمية إلى المشكلة بنفس الطريقة التي استخدمت في اسلوب M

الطرق (الخطوات) المتبعة في طريقة المرحلتين

المرحلة الأولى :

اضفت المتغيرات الوهمية الضرورية للحصول على ابتدائي.

ثم كون دالة هدف جديدة ..... مجموع المتغيرات الوهمية في ظل قيود المشكلة الأصلية بعد تعديلها بالمتغيرات الوهمية .

انت ادنى قيمة لدالة الهدف الجديدة تساوي صفر (مما يعنى أن كل المتغيرات الوهمية اصبحت صفر)

← يصبح للمشكلة حلاً ممكنا ويتم الانتقال إلى المرحلة الثانية

أما إذا كانت أدنى قيمة لدالة الهدف الجديدة رقم موجب ممعناه أنه لا يوجد حل ممكن للمشكلة وبالتالي ← نتوقف .

المرحلة الثانية :

نستخدم الحل الاساسي الامثل للمرحلة I كحل أبتدائي للمشكلة الاصلية .

اجابة التدريب ١

$$\text{Max } z = 2X_1 + X_2 + 4X_3 + 2X_4 + X_5$$

القيود

قيد المواد الأولية $4X_1 + X_2 + 1.5X_3 + 2.5X_4 \leq 150$

قيد الطاقة الكهربائية $2X_1 + 3X_2 + X_3 + 2X_4 + 7X_5 \leq 18$

قيد ساعات العمل $2X_2 + 2X_3 + 2X_5 \leq 120$

$$X_1 \geq 0 \ , \ X_2 \geq 0 \ , X_3 \geq 0 \ , \ X_4 \geq 0 \ , X_5 \geq 0$$

لحل النموذج باستخدام أسلوب السمبلكس. نتبع الخطوات نفسها في المثال الأول .

نحول النموذج إلى الصيغة القياسية كما يلي:

$$\text{Max } z - 2X_1 - X_2 - 4X_3 - 2X_4 - X_5$$

القيود

$$4X_1 + X_2 + 1.5X_3 + 2.5X_4 + S_1 = 150$$

$$2X_1 + 3X_2 + X_3 + 2X_4 + 7X_5 + S_2 = 180$$

$$2X_2 + 2X_3 + 2X_5 + S_3 \leq 120$$

$X_1 \geq 0 \ , \ X_2 \geq 0 \ , X_3 \geq 0 \ , \ X_4 \geq 0 \ , X_5 \geq 0 , S_1 \geq 0 \ , S_2 , S_3 \geq 0$ **نشكل جدول الحل المبدئي التالي:**

المتغيرات الأسا	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	الثوابت
S_1	4	1	3/2	5/2	0	1	0	0	150
S_2	2	3	1	2	7	0	1	0	180
S_3	0	2	2	0	2	0	0	1	120
Z	−2	−1	−4	−2	−1	0	0	0	0

المتغير الداخل هو X_3 لأن له أكبر معامل سالب في دالة الهدف

لإيجاد المتغير الخارج نقسم عمود الثوابت على عناصر المتغير الداخل نحصل على:

المتغيرات	الثوابت	معاملات المتغير الداخل	نتائج القسمة
S_1	50	3/2	100
S_2	180	1	180
S_3	120	2	60

وبالتالي فإن S_3 يمثل المتغير الخارج لأنه له أقل قيمة سالبة
العنصر المحوري هو 2 وهو العنصر الذي يتقاطع عنده المتغير الداخل مع المتغير الخارج
نجد المعادلة المحورية بقسمة عناصر صف المتغير الخارج على العنصر المحوري 2
ندرس تأثير X_3 على بقية العناصر كما في المثال الأول.

نحصل على الجدول التالي:

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	الثوابت
S_1	4	−1/2	0	5/2	0	−3/2	1	−3/4	60
S_2	2	2	0	2	6	0	1	−1/2	120
X_3	0	1	1	0	1	0	0	1/2	60
Z	−2	3	0	−2	3	0	0	2	240

بنفس الخطوات السابقة نجد المتغير الداخل والمتغير الخارج نحصل على الجدول التالي:

المتغيرات الأس	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	S_1	S_2	S_3	الثوابت
X_4	8/5	−1/5	0	1	−3/5	2/5	0	−3/10	24
S_2	−6/5	12/5	0	0	36/5	−4/5	1	1/10	72
X_3	0	1	1	0	1	0	0	1/2	60
Z	6/5	13/5	0	0	9/5	4/5	0	7/5	288

ننظر إلى سطر دالة الهدف نلاحظ بأن جميع القيم موجبة أو صفرية وبالتالي نكون قد توصلنا إلى لأمثل هو:
$X_1 = 0 \ , \ X_2 = 0 \ , X_3 = 60 \ , \ X_4 = 24 \ , X_5 = 0 \ , S_1 = 0 \ , S_2 = 72, \ S_3 = 0$
التحقق من الحل:

$$\text{Max } z = 2X_1 + X_2 + 4X_3 + 2X_4 + X_5$$
$$\text{Max } z = 2 \times 0 + 0 + 4 \times 60 + 2 \times 24 + 0 = 288$$

أي على الشركة أن تقوم بإنتاج 24 من المنتج الرابع و60 من المنتج الثالث ومن ثم سيتحقق ربح للشركة مقداره 288. علما بأن هناك فائض في الطاقة الكهربائية مقداره $S_2 = 72$,

تحليل النتائج :

عمود X_1

إذا ما قررت إدارة الإنتاج في الشركة زيادة كمية المنتج رقم (1) بمقدار وحدة واحدة فإن ذلك سيساهم بزيادة الأرباح بمقدار (2) ويؤدي ذلك إلى تقليل إنتاج المنتج رقم (4) بمقدار $(\frac{8}{5})$ وحدة والذي يترتب عليها تخفيض الأرباح الإجمالية بمقدار$(\frac{6}{5})$ وهذه بدوره غير اقتصادي للشركة.

عمود X_2

إذا ما قررت إدارة الإنتاج في الشركة زيادة كمية المنتج رقم (2) بمقدار وحدة واحدة فإن ذلك سيساهم بزيادة الأرباح بمقدار (1)، وإن ذلك سيؤدي إلى تقليل إنتاج المنتج رقم (3) بمقدار وحدة واحدة وزيادة في إنتاج المنتج رقم(4) بمقدار$(\frac{1}{5})$ وحدة والذي يترتب عليها تخفيض الأرباح الإجمالية بمقدار$(\frac{13}{5})$ وهذه بدوره غير اقتصادي للشركة. .

عمود X_3, X_4

يمثل الرقم صفر في العمودين X_3, X_4 على عدم وجود أي تأثير لزيادة كل من المنتج رقم (3) ورقم (4) بمقدار وحدة واحدة على الربح الإجمالي.

أما بالنسبة لقيم(S_1 و S_2 و S_3) والتي تدعي أسعار الظل.

إن سعر الظل للمواد الأولية المتاحة هي القيمة المقابلة للمتغير S_1 والبالغ $(\frac{4}{5})$

سعر الظل للطاقة الكهربائية هي القيمة المقابلة للمتغير S_2 والبالغ (0) وهذه القيمة تعني أن هناك فائض في الطاقة الكهربائية مقداره(72) لذلك فإن أي زيادة في استغلال الطاقة الكهربائية سوف لا تؤثر على الكميات المنتجة وبالتالي على الربح الإجمالي.

سعر الظل لساعات العمل هو القيمة المقابلة للمتغير S_3 والبالغ $(\frac{7}{5})$.

وبناءً على ما تقدم إذا كان بمقدور الشركة زيادة إمكانيتها المتاحة من الموارد المتاحة فعليها أولاً زيادة ساعات العمل بهدف تحقيق ربح إضافي أكبر.

ملاحظة: الإشارة السالبة تعنى أن العلاقة طردية والإشارة الموجبة تعني أن العلاقة عكسية.

الفصل الخامس

تحليل الشبكات

محتويات		
		الصفحة
الفصل الخامس		
	المقدمة : –	
	١–١ اهداف الفصل	
	١–٢ اقسام الفصل	
	١–٣ القراءات المساعدة	
	تحليل الشبكات	
	– الاشكال غير المباشرة والاشكال المباشرة.	

	– التعرف على بعض المفاهيم.	
	– التدنية في التحليل الشبكي.	
	– طريقة المسار الحرج. (CPM)	
	– طريقة بيرت. (PERT)	
	٣ – الخلاصة	
	٥ – قائمة المصطلحات	
	٦– قائمة المراجع.....	

المقدمة:

التمهيد: عزيزي الدارس مرحباً بك الى هذا الفصل.

يهتم هذا الجزء بتقديم عرض تحليلي للشبكات الخاصة بالمشروعات التي يمكن يتم التعرف عليها وايضا التعرف على الاشكال المباشرة والاشكال غير المباشرة وايضا التعرف على طريقة المسار الحرج (CPM) وايضا التعرف على طريقة بيرت (PERT).

أهداف الفصل:بعد دراستك لهذا الفصل ستكون قادرا على ان:

١- التعرف على الاشكال المباشرة والاشكال غير المباشرة.

٢- التعرف على اقصر مسار في الشبكة.

٣- التعرف على طريقة المسار الحرج (CPM)

٤- التعرف على طريقة بيرت (PERT).

محتوى الفصل الخامس

تحليل الشبكات

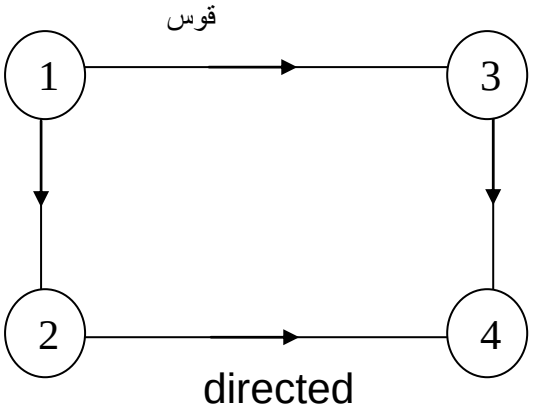
الاشكال the graph

الاشكال المباشرة

directed graph

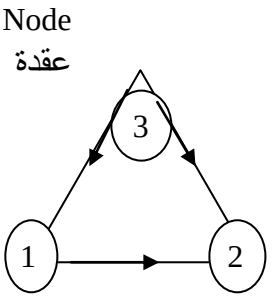
Arc

٢- الاشكال غير المباشرة



undirected graph

Node
عقدة



edge

حافة

directed graph

<u>تعريف الرسم الموجة :</u>

س: عبارة عن جميع العقد

هو علاقة بين فئتين (a،س)حيث أن A : جميع الاقواس

س ≠ Φ

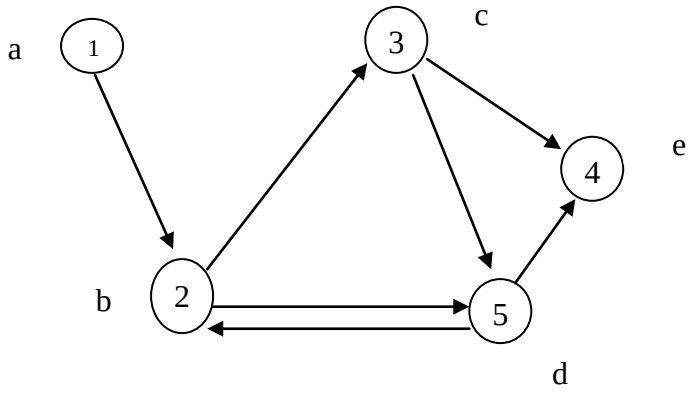
عناصر A عبارة عن أزواج موجهة ليس بضرورة ان تكون مميزة

A = (٢س، س)

<u>مـثال</u>

س={،D،c،b،a،e،}

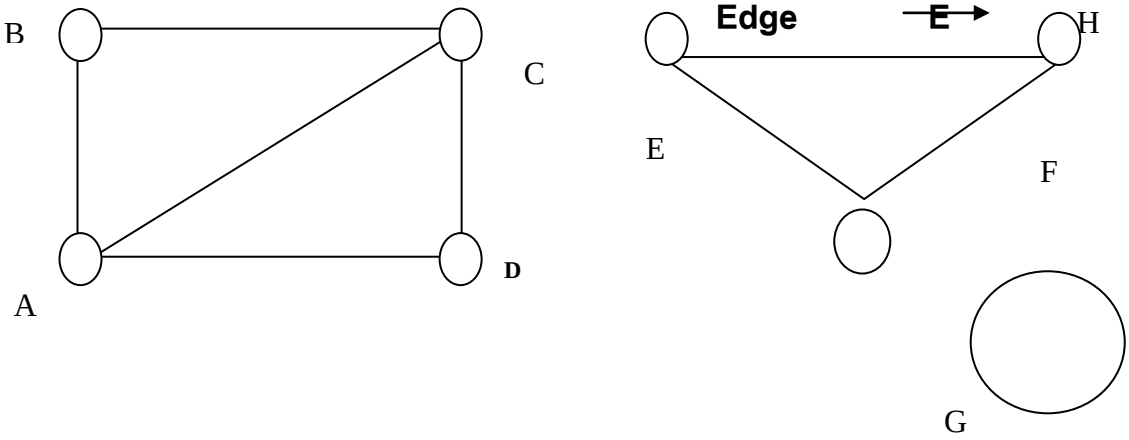
A={،de،db،ce،cd،bd،bc،ab،aa،}



<u>تعريف الرسم غير الموجة</u> **<u>(undirected graph)</u>**

(E، س) Φ ≠ س

عبارة عن عناصر A عن أزواج غير موجهة ليست بالضرورة ان تكون مميزة



تعريف المسار path

:المسار من x0الى x5في رسم موجة حيث x0، x5ليست بالضروره ان تكون مميزه ،x0، x1،.....، x5

تعريف السلسله chain

السلسله من x0، x5في رسم غير موجه(x0، x5)ليست بالضروره ان تكون مميزه هي متتابعه من x5 ، x0.....،X5-1

تعريف الشبكة الكامله

هي تعتبر عقدتين لابدمن وجودحافه وهي الشبكه التي تحتوي على حافه بين كل زوج من العقد.

تعريف درجه الدخول والخروج لعقده في رسم موجه.

اذا كانت Xعقده في رسم موجه فان درجه الدخول(xi)d{in_degree}هى عدد الاقواس الداخله الى x وادرجه الخروج out degree لعقده(x)do – x هي الاقواس الخارجه من x

مثال:

حدد درجه الدخول والخروج لجميع العقد بالرسم الموجه الموضح بالشكل

x	Di(x)	Do(x)
1	0	2

2	1	2
3	1	2
4	1	1
5	2	3
6	2	1
7	3	0
8	2	1
9	1	1

تعريف :درجه عقده في رسم غيرموجه(X)d–لاي عقده في رسم غير موجه هي عددالحواف التابعه لx

d(1)=3،d(2)=3،d(3)=5،d(3)=5،d(4)=3،
d(5)=2،d(6)=4،d(7)=4

نظريه:تنص على ان.

مجموع عقدالرسمGيساوي ضعف عددالحواف التي يحتوي عليهاG

Prove that

Example

deg(xe)=2

wthe graph

deg(xi)=4+4+4+5+3+2=22

2=،E(G)=11

E(G)=2(11)=22

deg(xi)=2

<u>التدنيه في التحليل الشبكي</u>

تهدف التدنيه الى تحديدالفرع*branches* التي يمكن ان تصل بين كل العقد *nodes*في الشبكه المعينه

– عدم وجود المسار الدئري في شبكات تدنيه التكاليف الى ابتكار مايسمى شجره ادنى امتداد

Minimal spanning tree

ولتحديد ادنى اتساع اوامتدادللشجره باستخدام التحسنات((الحصول على مجموعه متصله *Cannectedset*اوباستخدام طريقه*prims method*)

١-استخدام التحسنات((الحصول على مجموعه متصله*cannected set*

-مثال

محطة تلفزيون ترغب في تخطيط شبكه كابلات الى خمس مناطق حيث ان المنبت(١)node يرمزالى نقطه الارسال وبقية المنابت (6-2) هي ترمز الى المناطق السكنيه والمطلوب تحديد التوصيلات(ايجاد ادنى امتداد شجره)

C={1} C={2,3,4,5,6},

C={1,2} C={3,4,5,6}

C={1,2,5} C={3,4,6}

C={1,2,5,4} c={3,6}

C={1,2,4,5,6} C={3}

C={1,2,3,4,5,6} C={Φ}

15+1+3+4+3= 16 , 1+3+4+3+5=16

Example(2)

اعتبر(١)nodeهو البدايات حدد {m-s-t}

الحل:

C={1} C={2,3,4,5}

C={1,4} C={2,3,5}

C={1,4,5} C={2,3}

C={1,2,4,5} C={3}

C={1,2,3,4,5} C={Φ}

٢- ألطريقه الاوليه:

خطوات هذه الطريقه:

١-يتم اختيارنقطة البدايات choose starting nodeعقدة الباء

وا ذا فرضناان العقده المختاره للانطلاق منها(1) node neas(1)=0،dist(1)=0 لكل عقده(I)نجدان.

اذا كانت العقده المختاره هي (١) ان في الجدول كل العناصرnear(i)سيكون(١)وابالنسبه للمسافة dist(i) سيكون على النحو التالي.

اذا كانت العقده(١)متصله بالعقده الاخرى نكتب القيمه المحدده(dist)واذاكانت العقده(١)غير متصله يكتب(ويكون

U:تمثل العقده المرشحه

V:رقم العقده

E:يمثل الحافه

$V-V_T$:تمثل العقد المتبقيه(غير المرشحه)

Example:

Using prim's al gorith to find the M. S. T

الحل:

u=1 ,v={1},E=Φ ,v−Vt={2,3,4,5,6,7}

I	1	2	3	4	5	6	7
Neas(i)	0	1	1	1	1	1	1
Dist(i)	0	43	27				

U=3 E={1,3} v={1,3} V− vt={2,4,5,6,7}

I	1	2	3	4	5	6	7
Neas(i)	0	3	0	3	3	1	1
Dist(i)	0	28	0	26	14		

U=5

v={1,3,5} E={3,5} V−vt={2,4,6,7},

I	1	2	3	4	5	6	7
Neas(i)	0	3	0	5	0	5	1
Dist(i)	0	28	0	19	0		

U=4

V={1,3,5,4}

E={5,4} V−vt={2,6,7}

I	1	2	3	4	5	6	7
Neas(i)	0	4	0	5	0	5	1
Dist(i)	0	20	0	0	0		

U=6

V={1,3,5,4,6} E={4,6} V−vt={2,7}

I	1	2	3	4	5	6	7
Neas(i)	0	4	0	0	0	0	6
Dist(i)	0	20	0	0	0		

U=2

V={1,3,5,4,6,2} ,E={4,2} ,V−vt={7}

I	1	2	3	4	5	6	7
Neas(i)	0	0	0	0	0	0	6
Dist(i)	0	0	0	0	0		

U=7V={1,3,5,4,6,2,7}E={6,7}V−
vt={

<u>مشكلة اقصر طرق:</u>

طرق حل مشكلة اقصرطرق للشبكات غير الدئريه:

Dij=المسافه الشبكيه بين المنبتين المتجاورين j،i

Uj=اقصر مسافه من المنبت1الى المنبتjحيث0=u1

يكمل اجراءالحل عند احتساب,u7واتستخدم المعادلهالاتيه في احتساب uj

Uj=الاقصرمن(اقصر مسافه للمنبت السابق مباشرهj+المسافه بين المنبت الحالي jوبين سابقهj)

=الاقصرمنuj+dij}

U=0

من(٢) u3=u1+d13=0+4=4 U2=u1+d12 =0+2=2

u4=min{u1+d14,u2+d24,u3+d34}

=min{0+10, 2+11,

4+3}=7

(3)

U4=min{u2+d25, u4+d45}=min{2+5,7+8}=7

U6=min{u3+d36 ,u4+d46} =min{7+7,4+1}=5

U7=min{u5+d57, u6+d67} =min{7+6,5+9}=13

طريقة المسار الحرج Critical Path Method

تم التوصل إلى هذه التقنية عام ١٩٥٧م عن طريق شخص يدعى (الدوبونت ينمورس وكماني).
وهي أداة للرقابة على تنفيذ المشروعات،وهذه الطرية تفيد إدارة المشروعات في ثلاثة وجوه مختلفة هي
١- التخطيط : يتم الاستفادة في هذا الوجه من ناحية :-
تحديد كل الأنشطة التي يتكون منها المشروع.

تحديد الوقت اللازم لتنفيذ كل نشاط على حدة.

تمثيل الأنشط بأسهم مرتبه حسب الأولوية.

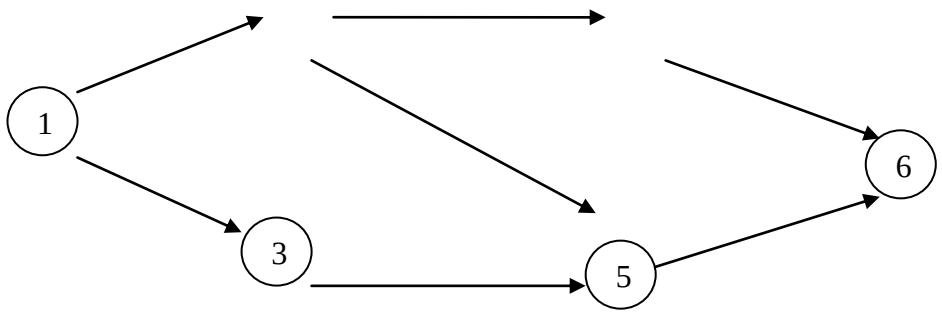
النتيجة بناء شبكة متداخلة لآسهم تمثل المشروع ككل.

وهذا يساعد المسؤلين عن المشروع على دراسة المشروع بشكل مفصل ومن خلال التوضيح يمكن اقتراح بعض التعديلات أو التحسينات قبل بدء بدء تنفيذ المشروع .
٢- الجدولة : يتم جدولة تنفيذ الأنشطة المكونة للمشروع وذالك حتى:-
يصبح المنفذ على علم بالأنشطة التي يبدءا بها .

يصبح المنفذ على علم بالأنشطة التي يستقبلها .
يصبح المنفذ على علم بالأنشطة التي ستنفذ أخر المشروع .
يتم وضع جدولة زمنيه للأنشطة (تبين زمن ابتداء المشروع وزمن الانتهاء منه).
يتم تحديد الأنشطة ألحرجه (إي الأنشطة التي يجب تنفيذها في الوقت المحدد لها بالضبط.
٣- الرقابة : من خلال الرقابة يتم :-
كتابة التقارير التي توضح مدى التقدم في انجاز المشروع وذالك من خلال فترات زمنيه معينة .

ليستفاد من التقارير في احتمال تحوير أو ربما تغير الجداول ألموضوعه والمتعلقة بالجزء المتبقي بالمشروع .

Example(1)



وفي هذا المثال نريد إيجاد المسار الحرج ؟

((Critical Path Method))

١- نحدد زمن الابتداء المبكر [ES_i] Earliest Start

$$ES_j = Max[ES_i + D_{ij}]$$

ES_i: تمثل الوقت الأكثر بكوراً ؛ i تمثل الحدث .

D_{ij} : المدة اللازمة لتنفيذ النشاط ؛ ij تمثل الحدث .

٢- نحدد زمن الانتهاء المتأخر [LC] Latest Cmpletim

$$LC_i = Min_j [LC_j - D_{ij}]$$

1- ولإيجاد قيمة ES_j "الوقت الأكثر بكواً "

$$ES_j = Max_j [ES_j + D_{ij}]$$

$$ES_j = 0$$

$$ES_2 = Max_j [ES_j + D_{1,2}] = Max_2 [0+2] = 2$$

$$ES_3 = Max_3 [ES_j + D_{1,3}] = Max_3 [0+3] = 3$$

$$ES_4 = ES_2 + D_{2,4} = 2+3 = 5$$

$$ES_5 = Max [ES_2 + D_{2,5} , ES_3 + D_{3,5}] =$$

$$Max [2+1 , 3+5] = 5$$ **من(3)**

$$ES_6 = Max [ES_4 + D_{4,6} , ES_5 + D_{5,6}] =$$

$$Max [5+4 , 5+1] = 9$$ **من(4)**

2- زمن الانتهاء المتأخر Latest Cmpletim [LC]

$$LC_i = Min [LC_j - D_{ij}] = LC_6 = ES_6 = 9$$

LC_5 =Min $[LC_6 - D_{5,6}]$ = Min [9−1] = 8

LC_4 = 9−4 = 5

$LC_3 = LC_5 - D_{3,5}$ = 6

LC_2 =Min $[LC_4 - D_{2,4}, LC_5 - D_{2,5}]$

=Min [5−3 , 8−10] = 2

LC_1 =Min $[LC_2 - D_{1,2}, LC_3 - D_{1,3}]$

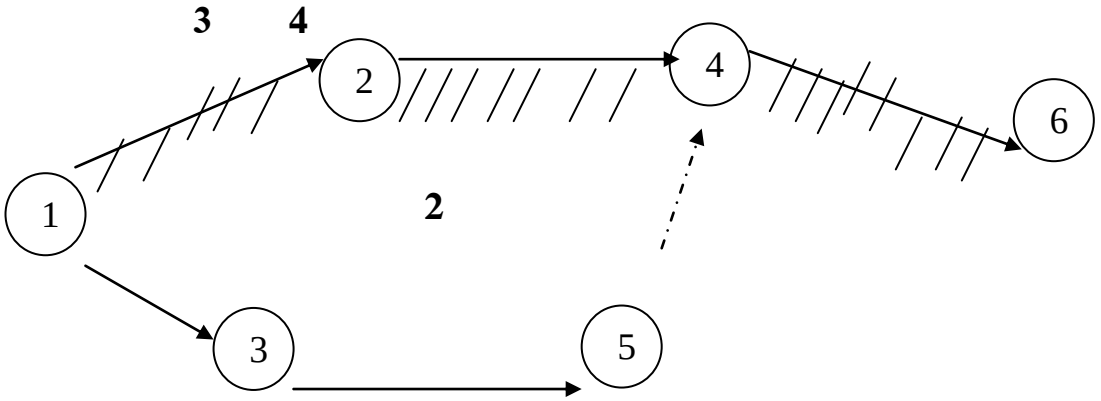
=Min [2−2 , 6−3] = 0

تعريف المسار الحرج :- هو اطول مسار في شبكة المشروع والصفه عامه يقال ان النشاط (ij) يقع على المسار الحرج اذا حققت الشروط التالية :-

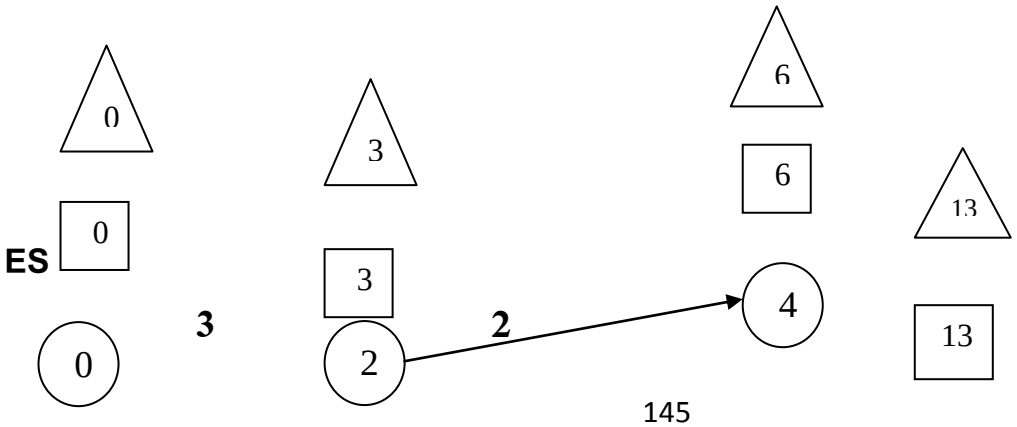
$ES_i = LC_i$

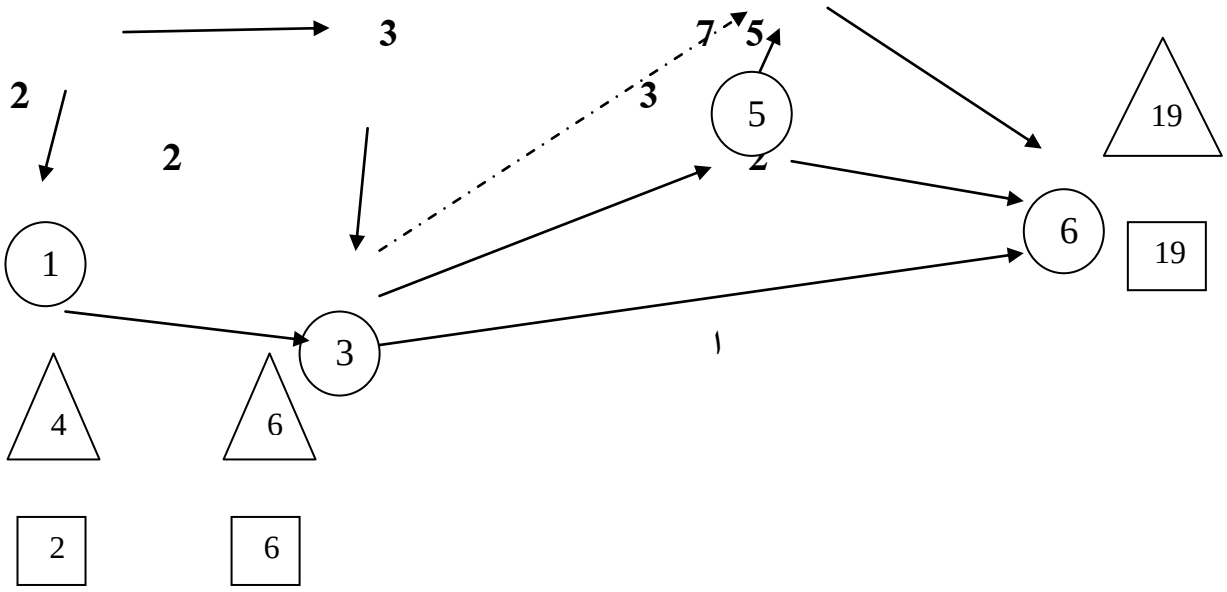
$ES_j = LC_j$

$ES_i = ES_j = LC_i = LC_j$



Example(2)





2-جدول المشروعات باستخدام اسلوب برت والمسار الحرج:

Project scheduling by pert -CPM

المشروع:مجموعه الانشطه المرتبطه ببعضها والتي يجب تنفيذها وفقاُ لترتيب معين حتى يكتمل العمل ككل.

الانشطه:مرتبطه ببعضها البعض بحسب المراحل المنطقيه لانجاز المشروع.

(Activity)النشاط:هوعمل يتطلب وقت وموارد لإنجازه

كان سابقاً يستعان بخرئط جانت لتحديد ازمنه ابتداء وانتهاءكل نشاط على مقياس زمني افقي.

ومن عيب هذه الطريق هان مستخدمي هذه الخرائط لايقدرون تحديد درجه توقف او اعتماد الانشطه المختلفه على بعضها البعض بحيث يمكن التحكم في سير انجاز المشروع ،ويتطلب انجاز المشروع التخطيط بكفائة الكفائة :

هي انجاز المشروع في اقل وقت ممكن وبأقل استخدام ممكن للموارد المتاحة

ادى تطوير أسلوبين تحليليين لتخطيط وجدولة ورقابة المشروعات إلى ظهور تخصص جديد يسمى (إدارة المشروعات) { Project management }

وهذين الاسلوبين هما :

<u>إعداد الخريطة الزمنية وموازنة المواد</u>

Canstruction of the time chait and Resounce leveling

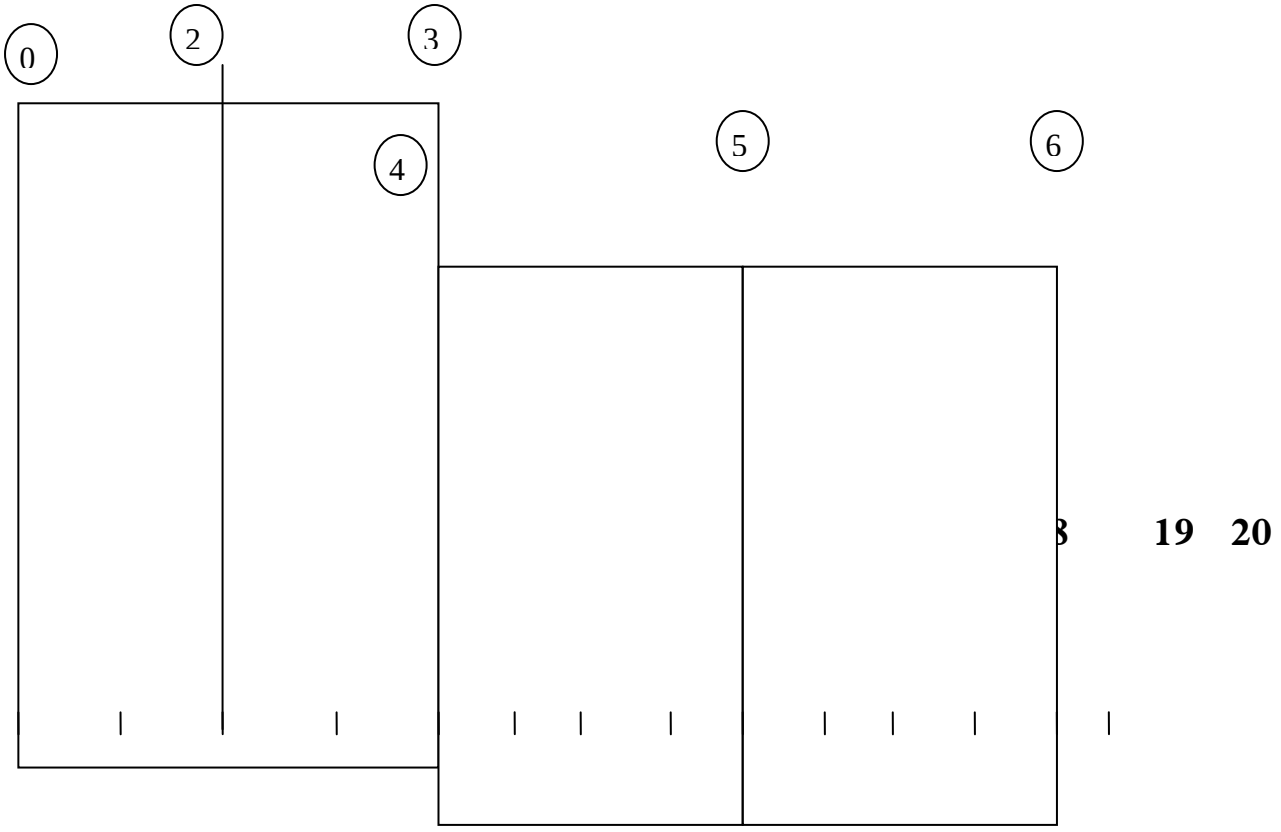
الهدف الرئيسي:يتمثل في العمليات الحسابية السابقة لأجل إعداد الخريطة الزمنية التي بواسطتها يتم تحويل الخريطة بسهولة الى جدول زمني يسهل استخدامه في تنفيذ المشروعات

وعند إعداد الخريطة اخذ الاعتبار في قيود الموارد المتاحة بمعنى:أحيانا لانستطيع انجاز نشاطين في آن واحد بسبب عدم كفاية العمالة والتجهيزات اللازمة المتاحة.

من هنا يظهر فائدة الوقت الفائض الكلي للنشاط غير الحرج حيث يمكن تأجيل البدء في هدا النشاط لإتاحة العمالة والموارد المحددة إلى أنشطة أخرى حرجة لا يمكن تأجيلها وإلا ناخر المشروع ككل.

تحقيق الكفاءة في استخدام الموارد المتاحة مع تحقيق التوازن في الموارد طوال فترة تنفيذ المشروع.

-للقيام بإعداد الخريطة الزمنية للمشروع المعطى في المثال يتم استغلال المعلومات التي تم تلخيصها في جدول ونبدأ أولا بجدولة الأنشطة الحرجة



يلعب الوقت الفائض الكلي والوقت الفائض الحر في جدولة الأنشطة غير ألحرجه دوراً كبيراً حيث :-

١- إذا تساوى الوقت الفائض الكلي مع الوقت الفائض الر للنشاط غير الحرج فيمكن جدوله هذا النشاط في ألي وقت بين وقت الابتداء المبكر والانتهاء المتأخر لهذا النشاط

[أي يبدءا النشاط عند آلى نقطة على امتداد الخط المتقطع]

فمثلاً عند النشاط (١,٢) نجد إن

$$2=TF_{ig=}FF_{IG}$$

يمكن لو هذا النشاط هن يبدأ في أي نقطه على امتداد الخط مابين

(٦,٢)،(٤,٢)،(٥,٣)،(٦,٣)،(٦,٤)

٢- للنشاط غير الحرج

يمكن تأخير ابتداء هذا النشاط عند وقت الابتداء المبكر لفترة لا تزيد عن الوقت الفائض الحر لهذا النشاط دون إن يؤثر على جدولة الأنشطة التالية لهذا النشاط وتنطبق هذه القاعدة على النشاط (١,٥) فقط في مثالين

أســـــلوب تقييم و مراجعة المشروعــات

Project Evalution Review Technique [P.E.R.T]

هذا ألأسلوب [P.E.R.T]

تم استخدامه في نفس الفترة التي ظهرت فيها طريقة المسار الحر[C.P.M]

بواسطة مكتب المشروعات الخاصة التابع للتجربة الأمريكية حيث يتم تطبيق هذا الأسلوب نحوا تخطيط ورقابة مشروع صواريخ بولارسي الأمريكية الذي فشلت مختلف الطرق في ادارتة

_ ظهور نتائج جيدة تشجع وزارة الدفاع الأمريكية على استخدام هذه الطريقة [P.E.R.T]

_في أدارة أبحاث الفضاء [N.A.S.A]

_تطور هذا الأسلوب في المشروعات

الاختلاف بين طريقة [C.P.M] وأسلوب [P.E.R.T]

C.P.M	P.E.R.T
-الوقت لتنفيذ الأنشطة يكون معروف مسبقاً (ب وبشكل مؤكد	-يتم تحديد الوقت بشكل احتمالي وليس على و التحديد
-يصلح في إدارة المشروعات مثل -تدريب الأيدي العاملة -تصميم البرامج الأكاديمية -تشييد المشروعات -تخطيط عمليات الصيانة	-يصلح في ادأرة مشاريع على النحو .مشاريع البحث والتطوير .في العمليات الجراحية .تطبيق برامج الحاسب الآلي

وقت النشاط في أسلوب [P.E.R.T]

وقت النشاط : هوا متغير عشوائي ولكل نشاط ثلاثة أنواع من الأوقات

الوقت التفاؤلي "Croptimstic Time": (a) هوا الوقت الذي يجب إن ينفذ بها النشاط إذا كانت جميع الظروف جيدة

٢- الوقت التشاؤمي "Pessimistic Time": (b) هوا الوقت إلذي يجب إن ينفذ فيه النشاط إذا سارت كل الظروف بشكل سيئ

٣-الوقت الشائع أو الأكثر حدوثاً "Most Likely Time": (m)هوا الوقت إلذي يجب إن ينفذ فيه النشاط إذا سارت الظروف بشكل معتاد أو طبيعي .

وبمعرفة المجاهيل a,b,m يمكننا معرفت متوسط مدة النشاط من خلال المعادلة التالية

M=(a+b+4m)\6 (موسط مدة النشاط)

S=(b-a)\6 (الانحراف المعياري الواحد)(standand divation)

V=((b-a)\6))^2 (Variance)

Example

مشروع يتكون من ٨ أنشطة من (A)إلى (H) وقد كانت المعلومات المتعلقة بترتيب الأنشطة والوقت لتنفيذها بالأشهر معطى

على النحو الاتي:

اسم النشاط (i ،j)	النشاط السابق له	مدة تنفيذ النشاط بالأشهر		
		الوقت التفاؤلي a	الوقت التشاؤمي	الوقت الشائع M
A	NO	4	6	5

B	NO	8	16	12
C	A	4	12	5
D	B	1	5	3
E	A	2	2	2
F	D،E	4	6	5
G	C،F	10	18	14
H	D،E	18	34	20

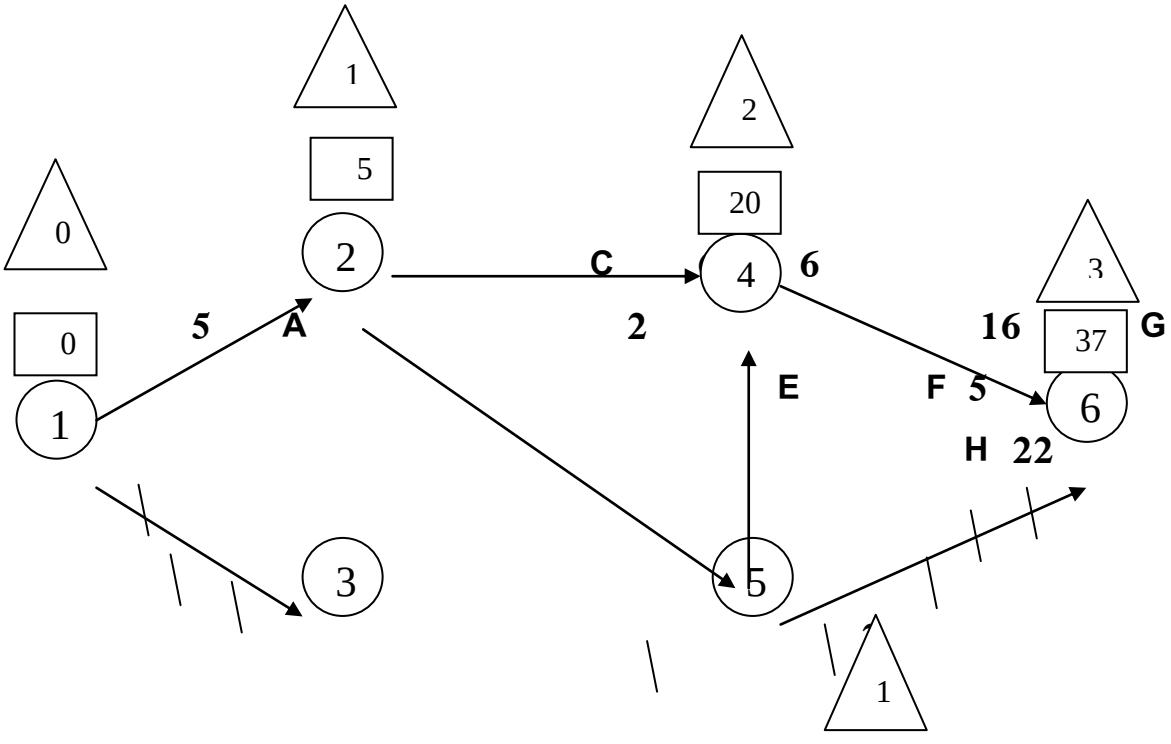
المطلوب :

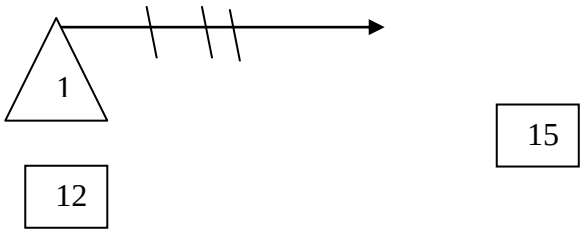
ارسم شبكة المشروع وحساب الوقت المتوقع .

احسب الانحراف المعياري لهذا الوقت .

ما احتمال إنهاء المشروع في 40شهراً أو اقل .

الحل





النشاط (i،j)	a	b	m	$\frac{(a+b\ 4m)}{6}$	$\frac{(b-a)}{6}$	$\frac{(b-a)^2}{6}$
A	4	6	5	5	0,33	0,11
B	8	16	12	12	1,33	1,77
C	4	12	5	6	1,33	1,77
D	1	5	3	3	0,67	0,45
E	2	2	2	2	0,0	0
F	4	6	5	5	0,33	0,11
G	10	18	14	16	1,33	1,77
H	15	34	20	22	2,67	7,13

الوقت المتوقع لإنهاء المشروع = 37 شهراً

M = C , P =37 Month

افترض الشبكه المعطاة حيث تبدأ من المنبت (0) وتنتهي عند المنبت (6) وتمثل الأرقام عى الاسهم الزمن المطلوب لتنفيذ كل نشاط اوجد المسار الحرج Critical Path

---

عمليه حساب المسار الحرج ، على مرحالتين :-

المرحلة الاولى ((المسار الأمامي)) For word Pass

وتبدأ من منبت الأشياء((Staitnode)) وتنتهي عند منبت الانتهاء ((END node)) وبتالي يتم من ذالك تحديد وقت الابتداء المبكر Earliest Start Time عندالمربع

المرحلة الثانية ((المسار الخلفي)) back word pass

حيث يبدأ من منبت الانتهاء وتنتهي في منبت الابتداء المتاخر

((Latest Start Time))

ES_i ، i=0

ES_0 =0 زمن الابتداء المبكر

D_{ij} الزمن المطلوب لانجاز النشاط

(I ، j) الانشطة

$ES_j = Max_j [ES_j + D_{ij}]$

$ES_1 = [ES_0 + D_{(0,1)}] = 0+2 = 2$

$ES_2 = [ES_0 + D_{(0,2)}] = 3$ من (0)

$ES_3 = Max [ES_1 + D_{1,3} , ES_2 + D_{2,3}]$

=Max [2+2 ,3+3] = 6 من (2)

$ES_4 = Max [ES_3 + D_{3,4}, ES_2 + D_{2,4}]$

=Max [3+3,3+2] = 6 من (3)

$ES_5 = Max [ES_4 + D_{4,5}, ES_3 + D_{3,5}]$

=Max 6+7,6+3] = 13 من (4)

$ES_6 = Max [ES_3 + D_{3,6}, ES_4 + D_{4,6}$ ،$ES_5 + D_{5,6}$]

Max [6+2,6+5 ,13+6] = 19 من (5)

المرحلة الثانية

$LC_6 = ES_6 = 19$

$LC_6 = LC_6 - D_{5,5} = 19 - 6 = 13$

$LC_4 = Min [LC_6 - D_{4,6} , LC_5 - D_{4,5}]$

$= Min [19-5 , 13 -7] = D_{4,5} = 6$

$LC_3 = Min [LC_6 - D_{3,6} , LC_5 - D_{3,5} , LC_4 - D_{3,4}]$

$= Min [19-2 , 13 -3 , 6 -0] = 6$

$LC_2 = Min [LC_4 - D_{2,4} , LC_3 - D_{2,3}]$

$= Min [6 -2 , 6 -3] = 3$

$LC_1 = Min [LC_3 - D_{1,3}] = 6 -2 = 4$

$LC_0 = Min [LC_2 - D_{0,2} , LC_1 - D_{0,2}]$

=Min [3−3 , 4 −3] = 0

Total Float **تحديد الوقت الفائض**

– لابد من حساب الوقت الفائض في الأ نشطة غير الحرجه

– الوقت الفائض للنشاط الحرج = صفر وهذ السبب هو الذي يجعل النشاط حرج .

$LC_{ii} = LC_j - D_{ij}$ **وقت الابتداء المتاخر**

$ES_{ij} = ES_j + D_{ij}$ **وقت الانتهى المبكر**

LC_j **زمن الانتهاء المتاخر**

ES_j **زمن الابتداء المبكر**

يوجد ثلاث طرق يتم بها حساب الوقت الفائض الكلي (T F)

TF_{ij}	$LC_{ij} - ES_j$	$LC_i - ES_{jj}$	$LC_i - ES_j - D_{ij}$

Free Float (F F) **تحديد الوقت الفائض الحر**

افترض ابنداء كل الانشطة مبكراً بقدر الاكان

– الوقت الفائض الحر هنا للنشاط FF_{ij} **(I، j)**

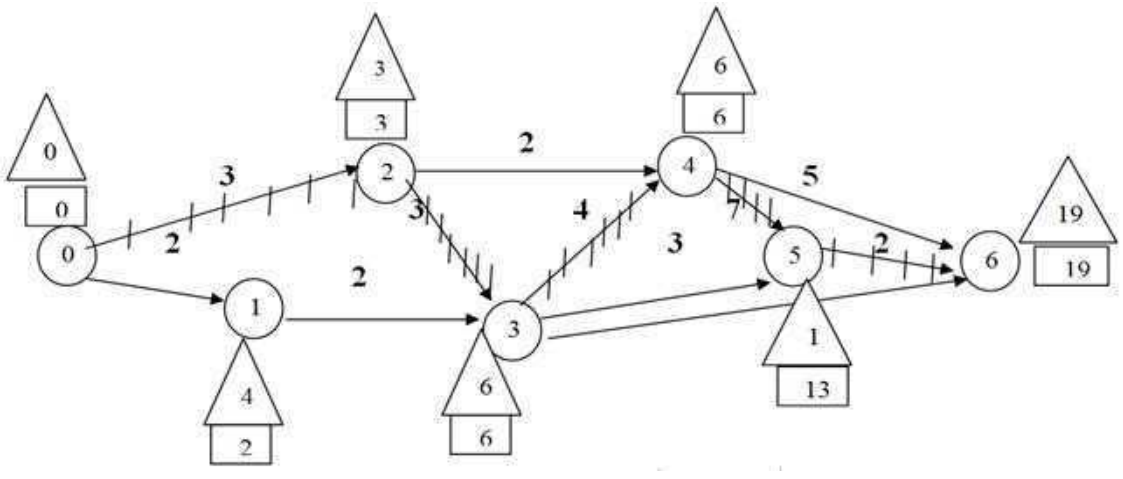
$FF_{ij} = ES_j - ES_i - D_{ij}$

1− $LS_{ij} = LC_i - D_{ij}$.

2− $EC_{ij} = ES_i + D_{ij}$

3− $TF_{IJ} = LC_J - ES_i - D_{ij}$

4− $FF = ES_i - ES_J - D_{ij}$



الوقت الفائض الحر FF_{ij}	الوقت الفائض الكلي TF_{ij}	وقت الانتهاء المتأخر LC_j	وقت الانتهاء المبكر LS_{ij}	وقت الابتداء المتأخر EC_{jj}	وقت الابتداء المبكر ES_j	زمن الانجاز	النشاط (I,j)
0	2	4	2	2	0	2	(0,1)
0	0,9	3	0	3	0	3	(0,2)
2	2	6	4	4	2	2	(1,3)
0	0,9	6	3	6	3	3	(2,3)
1	1	6	4	5	3	2	(2,4)
0	0,9	6	6	6	6	0	(3,4)
4	4	13	10	9	6	3	(3,5)
11	11	19	17	8	6	2	(3,6)
0	0,9	13	6	13	6	7	(4,5)

8	8	19	14	11	6	5	(4,6)
0	0,9	19	13	19	13	6	(5,6)

حساب الوقت الفائض والوقت الفائض الكلي

الفصل السادس

البرمجة الخطية: نموذج النقل

Linear programming : Transportation Model

محتويات		
		الصفحة
الفصل السادس		
	المقدمة : –	
	١–١ اهداف الفصل	
	١–٢ اقسام الفصل	
	١–٣ القراءات المساعدة	
	٥ – قائمة المصطلحات	
	٦– قائمة المراجع	
	٧– التعيينات	

المقدمة:

التمهيد: عزيزي الدارس مرحباً بك الى هذا الفصل.

يهتم هذا الجزء بتقديم عرض تحليلي للبرمجة الخطية المتمثلة في النقل حيث سوف يتم استعراض مفهوم النقل وايضا دراسة طرق النقل المتمثلة في طريقة الركن الشمالي الغربي وطريقة الكلفة الاقل وطريقة فوجل .

أهداف الفصل: بعد دراستك لهذا الفصل ستكون قادرا على ان:

اقسام الفصل:

عزيزي الدارس : نود ان نلفت انتباهك الى ان هذا الفصل يتكون من سبعة اقسام اعدت لكي تحقق الاهداف الاساسية لهذا الفصل حيث يرتبط القسم الاول منه دراسة منظمة الاعمال و مفهوم الاساليب الكمية ودوره في ترشيد القرارات الادارية ومن ثم دراسة انواع الاساليب الكمية واتخاذ القرارات الادارية.

القراءات المساعدة:

تمثل المراجع التالية قراءات إضافية مساعدة تتعلق بالموضوعات التي يتضمنها هذا الفصل، نرجو أن تحاول الاستفادة منها ما أمكن.

١- مؤيد الفضل (٢٠٠١) : الاساليب الكمية، عمان ،الاردن.

٢- عاصم عبد الرحمن الشيخ (١٩٩٩): بحوث العمليات، دار المناهج، عمان، الاردن.

٣- عبد الرسول الموسوي(١٩٩٩): بحوث العمليات، دار وائل، عمان، الاردن.

٤- حمدي طه (١٩٩٨) : بحوث العمليات، مترجم في دار المريخ، ترجمة الدكتور احمد حسين واخرون.

محتوى الفصل السادس

البرمجة الخطية: نموذج النقل

Linear programming : Transportation Model

هذا النموذج يتعامل مع خطة تدنيه تكاليف نقل سلعة وحيدة من عدد من المصادر مثل – المصانع& المتاجر –

والنموذج هذا يستخدم في مجالات متعددة منها

رقابة المخزون

جدولة العمالة

تخفيض الأفراد

التدفق النقدي

*نموذج النقل يمكن حلة بطريقة السيمبليكس العادية

*نتناول أسلوب النقل الذي يعتبر أكثر كفاءة من وجهة النظر الحسابية

*نموذج النقل حالة خاصة من النماذج الشبكية

تعريف وتطبيق نموذج النقل

يهدف نموذج النقل إلى تحديد خطة نقل سلعة وحيدة من عدد من المصادر إلى عدد من أماكن الطلب وتشتمل النموذج

على

مستوى العرض في كل مصدر ومقدار الطلب في كل مكان

تكلفة نقل الحدة من السلعة منكل مصدر إلى أماكن الطلب

خطوات حل مشكلة النقل

يجب إتباع الخطوات التالية لحل مشكلة النقل

بناء النموذج وإيجاد حل مبدئي ممكن وهناك عدة طرق لإيجاد هذا الحل المبدئي

طريقة زاوية أقصى الشمال الغربي (NW–corner)

الطريقة التقريبية الفوجل(V A M)

ج– طريقة اقل التكاليف(Least Cost Method)

وحتى يكون الحل حل ممكن لابد من أن يحقق الشروط الآتية

يجب نقل آو توزيع كل الوحدات الموجودة في إي من المصانع

يجب أن لا يبقى إي فراغ غير مستغل في إي من المخازن

يجب أن وبحسب عدد المربعات المستخدمة مع عدد الصفوف مضافا إليها عدد الأعمدة ومطروحاً منه واحد(L+M–1)

البحث فيما إذا كان هذا الحل هوى الحل الأمثل أو لا وهذا يتم بإحدى الطريقتين

المسار المتعرجstepping –stone method

طريقة التوزيع المعدل MD DI

الشكل العام لنموذج البرمجة الخطية لمشكلة النقل

$$\min z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{g=1}^{n} Cig \; Xig$$

S.TO

$$x\ i.g \geq 0 \quad \text{for i.g} \sum_{i=1}^{n} Xig \geq bi \quad g = 1 \ldots . n$$

all

مثال example

يوجد لشركة جنرال موتور لسيارات مصانع في كل من لوس انجلوس،ديترويت،ونيوارلينز وتتركز مناطق توزيعها الرئيسية في دنفر و ميامي وتبلغ طاقة المصانع الثلاثة خلال الربع القادم 1000،١٥٠٠،١٢٠٠سيارة في حين يبلغ الطلب الربع سنوي في مركزي التوزيع ١٤٠٠،٢٣٠٠سيارة وتبلغ كلفة شحن السيارة لكل ميل ٨سنتات تقريباً وفيما يلي خريطة للمسافات بين المصانع ومراكز التوزيع

جدول التكاليف

لكي نوجد تكلفه النقل والتي نعبر عنها بـ(Cig)يتم ضرب المسافة في تكلفة كل ميل=(٠.٠٠٨)$

نقوم بإعطاء الرمز j للمصنع(٣،٢،١= j) ولمراكز التوزيع بالرمز g

g=(٢،١)

وحيث أن مجموعة العرض (٣٧٠٠=١٢٠٠+١٥٠٠+١٠٠٠)

ومجموع الطلب(٣٧٠٠=١٤٠٠+٢٣٠٠)

ونريد تحديد التكاليف لنقل الوحدة من المصنع الوهمي إلى أماكن الطلب وذلك بسبب أن هذا المصنع غير موجود في الحقيقة

ونظرا لان المصنع وهمي فان تكلفة نقل الوحدة مساوية للصفر

وفي هذه الحالة نفرض وجود تكلفة جزائية لكل وحدة طلب لم يتم الوفاء بها في مراكز التوزيع

وفي هذه الحالة تصبح تكلفة الوحدة من هذا المصدر الوهمي إلى أماكن الطلب المختلفة هي التكلفة الجزائية

مثال ٢ نموذج نقل متوازن

نفرض أن طاقة مصنع ديترويت اصبحت١٣٠٠ سيارة بدلا من (١٥٠٠)في هذه الحالة ستصبح المشكلة غير متوازنة لان العرض الإجمالي (٣٥٠٠)لا يساوي الطلب الجمالي (٣٧٠٠)ومن هذا نج أن هذا يشكل مشكلة غير متوازنة حيث لا يمكن الوفاء بكل الطلب في مراكز التوزيع

المطلوب إعادة صياغة نموذج النقل بطريقة تسمح بالتوزيع الأمثل للعجز

حيث أن الكمية المعروضة(٣٧٠٠-٣٥٠٠=٢٠٠) على مراكز التوزيع

وبما إن المطلوب يزيد على العرض فيمكن إضافة مصنع أو مصدر وهمي

للطاقة تساوي (٢٠٠) ويسمى هذا المصنع الوهمي في ظل الشروط العادية أن يشحن إنتاجه إلى كل مراكز التوزيع مع ملاحظة إن ما تم شحنة من المصنع الوهمي إلى مكان الطلب المعين سيشمل مقدار العجز في الوفاء بالكمية المطلوب في هذا المكان

نموذج نقل سلع متعددة

نموذج الإنتاج المخزون

حل مشكلة النقل solution of the transportation pb

أسلوب النقل

تمثل الخطوة الأساسية لأسلوب النقل فيما يلي

١/ حدد حل ابتدائي ممكن

٢/ حدد المتغير الداخل من ضمن المتغيرات غير الاساسيه فإذا كانت كل كل هذه المتغيرات تفي بشرط الامثلية (كما في طريقة السيمبلكس) توقف وإل اذهب إلى الخطوة٣

٣/ حدد المتغير الخارج (باستخدام شرط الأمكانيه)من ضمن المتغيرات التي تظهر في الحل الأساسي الحالي ثم اوجد الحل الأساسي الجديد وارجع إلى الخطوة ٢

ويمكن بنفس الطريقة إضافة مكان طلب وهمي في حالة زيادة العرض عن الطلب بحيث يمتص الطلب الوهمي زيادة العرض عن الطلب بفرض أن الطلب في مدينة دنفر انخفض إلى(١٩٠٠) سيارة وليحض الجدول الأتي بعد إضافة مركز التوزيع الوهمي لاح ضان أي سيارة تشحن من المصنع المعين إلى مركز التوزيع الوهمي تشمل فائض العرض في هذا المصنع مع تكلفة نقل للوحدة مساوية للصفر

وعلى أي حال يمكن تحميل السيارة بكلفة تخزينها في المصنع وفي هذه الحالة ستصبح كلفة نقل السيارة هي كلفة التخزين في المصنع

($X_2 Y_2$) نستطيع إن نعرف بان المربع (X_2Y_3) هوى الذي يجب استخدامه ولأكن كم عدد الثلاجات التي يجب إرسالها عبر هذا المسار (X_2Y_2) وللإجابة يتم النظر إلى المسار (X_2Y_2)وننظر إلى عدد القيم الموجودة داخل الدوائر والتي تكون مصحوبة بإشارة سالب ونختار اقل تلك القيم دون اعتبار للإشارة السالبة وبالتالي تكون هذه القيمة هي التي يجب إرسالها عبر المسار المحدد والذي هو ٤١ حيث نجد إن القيمة المصحوبة بإشارة سالبة هما(-٤٤،-٦٦) ونظرا لإهمال الإشارة السالبة نجد إن ٤١ هي القيمة الأقل التي نبحث عنها

يتم إرسال (٤١) ثلاجة من المصنع (X_2) إلى المخزن (Y_3)

وتكون الخريطة على النحو التالي

ووفقا لهذه الخطة نجد إن التكاليف المترتبة على ذلك

Total cost=56(4)+16(16)+25(24)+41(16)+77(16)=2968

المسارات التي سوف يتم تقييمها من هذا الحل

(x_1y_2)، (x_1y_3)، (x_3y_1) ،*(x_3y_3)*

س ١/ لتكن لدينا مصفوفة النقل التالية والمطلوب إيجاد أقل تكلفة ممكنة بالطرق الثلاث التالية: طريقة أقل النفقات، طريقة فوجل، الطريقة المعدلة والمقارنة بينهم.

أولاً: طريقة أقل النفقات:

	8	6	4	3
	2	1	3	2
	10	60		20
	2	3	3	1

	3	3	2	1

Cost = (2*10) + (1*60) + (2*20) + (2*70) + (1*10) + (2*40)= 350

ثانياً: طريقة فوجل:

	80	60	40	30				
90	2 30	1 60	3	2	1	0	0	0
70	2 50	3	3	1 20	1	1	1	1
50	3	3	2 40	1 10	1	1	2	–
	0 0 0 0	2 – – – –	1 1 – – –	0 0 0 1 –				

Cost = (2*30) + (1*60) + (2*50) + (1*20) + (2*40) + (1*10)= 330

ثالثاً: الطريقة المعدلة:

	80	60	40	30	
90	2 – 80	1 + 10	3	2	0
70	2	3 –	3	1	2

	+	50	20		
50	3	3	2 20	1 30	1
vi	2	1	1	0	

$u_1 + v_2 = 1$ $u_1 = 0$, $v_2 = 1$

$u_2 + v_2 = 3$ $u_2 = 2$, $v_2 = 1$

$u_2 + v_3 = 3$ $v_3 = 1$

$u_3 + v_3 = 1$ $u_3 = 1$, $v_2 = 1$

$u_3 + v_4 = 1$ $v_2 = 1$

Cost = (2*80) + (1*10) + (3*50) + (3*20) + (2*20) + (1*30)= 450

	80	60	40	30	
	2 30	1 60	3	2	
	2	3	3	1	
	3	3	2	1	
	2	1	1	0	

$X_{1,3} = 3 - (0+1) = 2$

$X_{1,4} = 2 - (0+0) = 2$

$\boxed{X_{2,1} = 2 - (2+2) = 2}$

$X_{2,4} = 1 - (2+0) = 1$

$X_{3,1} = 3 - (1+2) = 0$

$X_{3,2} = 3 - (1+1) = 1$

$X_{1,3} = 3 - (0+1) = 2$

$X_{1,4} = 2 - (0+0) = 2$

$X_{2,2} = 3 - (2+1) = 0$

$\boxed{X_{2,4} = 1 - (2+0) = -1}$

$X_{3,1} = 3 - (1+2) = 0$

$X_{3,2} = 3 - (1+1) = 1$

Cost = (2*30) + (1*60) + (2*50) + (3*20) + (2*20) + (1*30)= 350

	8	6	4	3	
	2 30	1 60	3	2	
	2	3	3	1	
	3	3	2	1	
	2	1	1	0	

Cost = (2*30) + (2*50) + (1*60) + (1*20) + (1*10) + (2*40)= 330

$X_{1,3} = 3 - (0+1) = 2$

$X_{1,4} = 2 - (0+0) = 2$

$X_{2,2} = 3 - (2+1) = 0$

$X_{2,3} = 3 - (2+1) = 0$

$X_{3,1} = 3 - (1+2) = 0$

$X_{3,2} = 3 - (1+1) = 1$

س ٢/ أوجد أقل تكلفة ممكنة للمصفوفة التالية بالطريقة المعدلة والطريقة المباشرة؟

أولاً: الطريقة المباشرة:

توزيع بطريقة الركن الشمالي الغربي:-

	10	40	20	30
1	2 100	4	2	1
1	3	1	5	6
2	1	7	3	5
5	5	8	6	1

Cost = (2*100) + (1*150) + (7*250) + (6*200) + (1*300) = 3600

نطبق الاختبارات على الخلايا الفارغة حسب المسارات للخلايا:

$X_{1,2} = 4-1+3-2 = 4$

$X_{1,3} = 2-6+8-7+1-2 = -4$

$X_{2,4} = 1-1+5-2 = 3$

$X_{2,1} = 3-2+4-1 = 4$

$X_{2,3} = 5-6+8-1 = 6$

$X_{2,4} = 6-1+8-1 = 12$

$X_{3,1} = 1-7+4-2 = -4$

$X_{3,3} = 3-6+8-7 = -2$

$X_{3,4} = 5-1+8-7 = 5$

$X_{4,1} = 5-1+1-2 = 3$

$X_{4,2} = 8-6+3-7 = -2$

هذا يعني أنه يمكن تخفيض التكاليف بمقدار (٤) وحدات.

	100	400	200	300
100	2 0	4 100	2	1
150	3	1 150	5	6
250	1 100	7 − 150	3 0 +	5
500	5	8 + 0	6 − 200	1 300

Cost = (4*100) + (1*150) + (7*150) + (1*100) + (6*200) + (1*300) = 3200

الاختبارات على الخلايا الفارغة حسب المسارات للخلايا:

$X_{1,1} = 2-4+7-1 = 4$

$X_{1,3} = 2-6+8-4 = 0$

$X_{1,4} = 1-1+8-4 = 4$

$X_{2,1} = 3-1+7-1 = 8$

$X_{2,3} = 5-6+8-1 = 6$

$X_{2,4} = 6-1+8-1 = 12$

$\boxed{X_{3,3} = 3-6+8-7 = -2}$

$X_{3,4} = 5-1+8-7 = 5$

$X_{4,1} = 5-6+3-1 = 1$

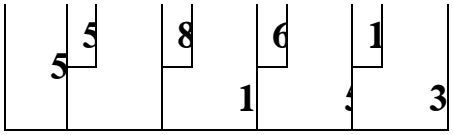
$X_{4,2} = 8-6+3-7 = -2$

هذا يعني أنه يمكن تخفيض التكاليف بمقدار (٢) وحدتين.

3−6+8−7 1

200 150 2*150 = 300

	10	40	20	30
1	2	4 1	2	1
1	3	1 1	5	6
2	1 1	7	3 1	5



Cost = (4*100) + (1*150) + (1*100) + (3*150) + (8*150) + (6*150) + (1*300) = 2900

الاختبارات على الخلايا الفارغة حسب المسارات للخلايا:

$X_{1,1} = 2-4+7-1 = 4$

$X_{1,3} = 2-3+7-4 = 2$

$X_{1,4} = 1-1+8-4 = 4$

$X_{2,1} = 3-1+7-1 = 8$

$X_{2,3} = 5-3+7-1 = 8$

$X_{2,4} = 6-1+8-1 = 12$

$X_{3,2} = 7-3+6-8 = 2$

$X_{3,4} = 5-1+6-3 = 7$

$X_{4,1} = 5-8+7-1 = 3$

بما أن القيم كلها موجبة إذاً لا يمكن تخفيض في التكاليف.

ثانياً: الطريقة المعدلة:

توزيع حسب طريقة الركن الشمالي الغربي:-

	100	400	200	300	Ui
100	2 − 100	4 60	2	1 +	0
150	3	1	5	6	−3

		150			
250	1 +	7 − 250	3	5	−5
500	5	8 + 0	6 200	1 − 300	−9
vi	2	4	8	10	

$u_1 = 0$

$u_1 + v_1 = 2 \qquad v_1 = 2$

$u_1 + v_2 = 4 \qquad v_2 = 4$

$u_2 + v_2 = 1 \quad u_3 = -3$

$u_2 + v_3 = 5 \qquad v_3 = 8$

$u_3 + v_3 = 3 \qquad u_3 = -5$

$u_3 + v_4 = 5 \qquad v_4 = 10$

$u_4 + v_4 = 1 \qquad u_4 = -9$

$\text{Cost} = (2*100) + (1*150) + (7*250) + (6*200) + (1*300) = 3600$

$X_{1,2} = 4 - (0+4) = 0$

$X_{1,3} = 2 - (0+8) = -6$

$X_{1,4} = 1 - (0+10) = -9$

$X_{2,1} = 3 - (-3+2) = 4$

$X_{2,3} = 5 - (-3+8) = 0$

$X_{2,4} = 6 - (-3+10) = -1$

$X_{3,1} = 1 - (-5+2) = 4$

$X_{3,3} = 3 - (-5+8) = 0$

$X_{3,4} = 5 - (-5+10) = 0$

$X_{4,1} = 5 - (-9+2) = 12$

$X_{4,2} = 8 - (-9+4) = 13$

	100	400	200	300	Ui
100	2 0	4	2 +	1 − 100	0
150	3	1 150	5	6	−3
250	1 100	7 150	3	5	−5
500	5	8 100	6 − 200	1 + 200	−9
vi	1	4	6	10	

Cost = (1*100) + (1*150) + (7*150) + (1*100) + (8*100) + (6*200) + (1*200) = 3600

$X_{1,1} = 2 - (0+2) = 0$

$X_{1,2} = 4 - (0+4) = 0$

$X_{1,3} = 2 - (0+6) = -4$

$X_{2,1} = 3 - (-3+2) = 4$

$X_{2,3} = 5 - (-3+8) = 0$

$X_{2,4} = 6 - (-3+10) = -1$

$X_{3,3} = 3 - (-5+8) = 0$

$X_{3,4} = 5 - (-5+10) = 0$

$X_{4,1} = 5 - (-9+2) = 12$

س ٣/ أوجد أقل تكلفة ممكنة بالطريقة المعدلة للمصفوفة التالية؟

	105	65	Ui
60	2 60	2	0
40	5 − 40	5 +	3
70	3 5 +	10 65 −	8
vi	4	2	

$u_1 = 0$ $u_1 + v_1 = 4$ $v_1 = 4$

$u_1 + v_2 = 2$ $v_2 = 2$

$u_2 + v_2 = 5$ $v_2 = 3$

$u_3 = 8$

$Cost = (4*60) + (7*40) + (3*5) + (10*65) = 1185$

$X_{1,2} = 2 - (0+2) = 0$

$X_{2,2} = 5 - (8+2) = -5$

	105	65	Ui
60	4 60	2	0
40	7 35	5 5	3
70	3 10	10 60	8
vi	4	2	

Cost = (4*60) + (7*35) + (3*10) + (5*5) + (10*60) = 1140

$X_{1,2} = 2 - (0+2) = 0$

٤- باستخدام الطرق الثلاثة أوجد تكاليف النقل للمصفوفات التالية:

أولاً: طريقة الركن الشمالي الغربي:-

	5	5	10
5	0 5	2	1
10	2	1 5	5 5
5	2	4	3 5

Cost = (0*5) + (1*5) + (5*5) + (3*5) =45

ثانياً: طريقة أقل النفقات:-

	5	5	10
5	0 5	2	1

10	2	1	5
		5	5
5	2	4	3
			5

Cost = (0*5) + (1*5) + (5*5) + (3*5) =45

ثالثاً: طريقة فوجل:-

	5	5	10				
5	0	2	1	1	-		
	5						
10	2	1	5	1	4	-	
		5	5				
5	2	4	3	1	1		
			5				
	2	1	2				
	-	1	2				
		-					

Cost = (0*5) + (1*5) + (5*5) + (3*5) =45

٥- باستخدام طريقة فوجل أوجد الحل لمشكلة النقل التالية:

	60	60	20	10					
10	10	20	5	7	2	5	10	10	-
	10								

20	13		9	12	8	1	3	4	4	4
			20							
30	4		15	7	9	3	3	11	–	–
		30								
40	14		7	1	0	1	6	–	–	–
			10	20	10					
50	3		12	5	19	2	2	9	9	9
		20	30							

1	2	4	7
1	2	–	–
1	3	–	–
7	3	–	–
10	3	–	–

Cost = (10*10) + (9*20) + (7*10) + (1*20) + (0*10) + (3*20) + (12*30) = 790

المراجع

عاصم عبد الرحمن الشيخ، بحوث العمليات، عمان ، دار المناهج، ١٩٩٩ .

عبد الرسول الموسوي، بحوث العمليات، عمان، دار وائل، ١٩٩٩.

حمدي طه، بحوث العمليات .

محتويات		
		الصفحة
الفصل السابع		
	المقدمة : –	
	١–١ اهداف الفصل	
	١–٢ اقسام الفصل	
	١–٣ القراءات المساعدة	
	١–٤ الوسائط المساندة	
	٥ – قائمة المصطلحات	
	٦– قائمة المراجع	
	٧– التعيينات	

المقدمة:

التمهيد: عزيزي الدارس مرحباً بك الى هذا الفصل.

يهتم هذا الجزء بتقديم عرض تحليلي

أهداف الفصل:

بعد دراستك لهذا الفصل ستكون قادرا على ان:

توضح مفهوم منظمة الاعمال.

توضح مفهوم الاساليب الكمية.

تتعرف على انواع الاساليب الكمية.

تتعرف على دور الاساليب الكمية في ترشيد القرارات.

اقسام الفصل:

عزيزي الدارس : نود ان نلفت انتباهك الى ان هذا الفصل يتكون من سبعة اقسام اعدت لكي تحقق الاهداف الاساسية لهذا الفصل حيث يرتبط القسم الاول منه دراسة منظمة الاعمال و مفهوم الاساليب الكمية ودوره في ترشيد القرارات الادارية ومن ثم دراسة انواع الاساليب الكمية واتخاذ القرارات الادارية.

القراءات المساعدة:

تمثل المراجع التالية قراءات إضافية مساعدة تتعلق بالموضوعات التي يتضمنها هذا الفصل، نرجو أن تحاول الاستفادة منها ما أمكن.

مؤيد الفضل ( ) : الاساليب الكمية

الوسائط المساندة:

الفصل السابع

التخصيص

التمرين الأول:

ترغب شركة في توظيف ثلاثة أشخاص من بين أربعة متقدمين لإشغال هذه الوظائف فإذا علمت أن الأرباح الناجمة عن تشغيل الموظفين معطاة في الجدول التالي، فأوجد أفضل تخصيص للموظفين؟

الوظائف / الأشخاص	A	B	C
1	6	15	4
2	9	7	6
3	5	11	1
4	10	18	9

الحل:-

أولاً: الحل بطريقة العد الكامل:

نقوم بإضافة عمود وهمي للجدول السابق:

الوظائف / الأشخاص	A	B	C	D
1	6	**15**	4	0
2	**9**	7	6	0
3	5	11	1	**0**

0	**9**	18	10	**4**

عدد الأجهزة = عدد الوظائف = (!4) = 24 اختيار وهي:

(1.A)+(2.B)+(3.C)+(4.D) = 6+7+1+0=**14**

(1.A)+(2.C)+(3.B)+(4.D) = 6+6+11+0=**23**

(1.A)+(2.D)+(3.B)+(4.C) = 6+0+11+9=**26**

(1.A)+(2.D)+(3.C)+(4.B) = 6+0+1+18=**25**

(1.A)+(2.B)+(3.D)+(4.C) = 6+7+0+9=**22**

(1.A)+(2.C)+(3.D)+(4.B) = 6+6+0+18=**30**

(2.A)+(1.B)+(3.C)+(4.D) = 9+15+1+0=**25**

(2.A)+(1.C)+(3.B)+(4.D) = 9+4+11+0=**24**

(2.A)+(1.D)+(3.B)+(4.C) = 9+0+11+9=**19**

(2.A)+(1.D)+(3.C)+(4.B) = 9+0+1+18=**28**

(2.A)+(1.B)+(3.D)+(4.C) = 9+15+0+9=33

(2.A)+(1.C)+(3.D)+(4.B) = 9+4+0+18=**31**

(3.A)+(2.B)+(1.C)+(4.D) = 5+7+4+0=**16**

(3.A)+(2.C)+(1.B)+(4.D) = 5+6+15+0=**26**

(3.A)+(2.D)+(1.B)+(4.C) = 5+0+15+9=**29**

(3.A)+(2.D)+(1.C)+(4.B) = 5+0+4+18=**27**

(3.A)+(2.B)+(1.D)+(4.C) = 5+7+0+9=**21**

(3.A)+(2.C)+(1.D)+(4.B) = 5+6+0+18=**29**

(4.A)+(2.B)+(3.C)+(1.D) = 10+7+1+0=**18**

(4.A)+(2.C)+(3.B)+(1.D) = 10+6+11+0=**27**

(4.A)+(2.D)+(3.B)+(1.C) = 10+0+11+4=**25**

(4.A)+(2.D)+(3.C)+(1.B) = 10+0+1+15=**26**

(4.A)+(2.B)+(3.D)+(1.C) = 10+7+0+4=**21**

(4.A)+(2.C)+(3.D)+(1.B) = 10+6+0+15=**31**

من خلال الاختيارات السابقة فان أفضل اختيار يحقق اكبر ربح هو الخيار رقم **11** والذي بلغ قيمته **33** وهذا يعني اختيار الشخص **(1)** للوظيفة **(B)**، والشخص **(2)** للوظيفة **(A)**، والشخص **(3)** للوظيفة **(D)** (أي عدم تعيينه)، والشخص**(4)** للوظيفة **(C)**.

ثانياً: الحل بالطريقة الهنغارية:

الوظائف / الأشخاص	A	B	C
1	6	15	4
2	9	7	6
3	5	11	1
4	10	**18**	9

تحديد اكبر قيمة من بين القيم الموجودة في الجدول.

طرح جميع القيم من القيمة المحددة في الخطوة الأولى.

الوظائف / الأشخاص	A	B	C	D
1	12	3	14	0
2	9	11	12	0
3	13	7	17	0
4	8	0	9	0

نقوم بإضافة عمود وهمي للجدول السابق:

الوظائف / الأشخاص	A	B	C	D

1	12	3	14	0
2	9	11	12	0
3	13	7	17	0
4	8	0	9	0

احتيار اقل قيمة من السطور وطرح السطور منه.

اختيار اقل قيمة من العمود وطرح الأعمدة منه.

وبعد تنفيذ الخطوتين السابقتان نحصل على الجدول الأتي:

الوظائف / الأش	**A**	**B**	**C**	**D**
1	4	3	5	0
2	**1**	11	3	0
3	5	7	8	0
4	0	0	0	0

يمكن القيام بعملية التخصيص بسبب عدم تساوي عدد التغطية لعدد الصفوف أو الأعمدة وبتالي يجب القيام بتحديد اقل قيمة من القيم غير المغطاة وإضافتها إلى مكان التقاطع وطرحها من جميع القيم غير المغطاة.

الوظائف / الأش	**A**	**B**	**C**	**D**
1	3	**2**	4	0
2	0	10	2	0
3	4	6	7	0
4	0	0	0	1

تكرار العملية السابقة بسبب عدم تساوي عدد التغطية لعدد الصفوف أو الأعمدة

الوظائف / الأش	**A**	**B**	**C**	**D**
1	1	**0**	2	0

2	**0**	10	2	2
3	2	4	5	**0**
4	0	0	**0**	3

عند تساوي خطوط التغطية مع عدد الصفوف أو الأعمدة فان المرحلة القادمة هي التخصيص وذلك بتغطية الاصفار من اجل التخصيص الأمثل:

من خلال الجدول السابق فان أفضل اختيار يحقق اكبر ربح هو اختيار الشخص **(1)** للوظيفة **(B)**، والشخص **(2)** للوظيفة **(A)**، والشخص**(4)** للوظيفة **(C)** ، والشخص **(3)** للوظيفة **(D)** (أي عدم تعيينه).

وعند حساب مجموع الإرباح لهذا الحل وبالرجوع إلى المصفوفة الأصلية نجد أن إرباح هي:

A.2+B.1+C.4+D.3=

(9)+(15)+(9)+(0) =33

التمرين الثاني:

تمثل البيانات التالية تكاليف تصنيع مواد معينة باستخدام أربعة آلات والمطلوب إيجاد التخصيص الأمثل:

المواد	A	B	C	D
1	**5**	6	8	7
2	10	12	11	**7**
3	10	**8**	13	6
4	8	7	**4**	3

الحل:-

أولاً: الحل بطريقة العد الكامل:

-عدد المواد = عدد الآلات = (!4) = 24 اختيار وهي:

(1.A)+(2.B)+(3.C)+(4.D) = 5+12+13+3=**33**

(1.A)+(2.C)+(3.B)+(4.D) = 5+11+8+3=**27**

(1.A)+(2.D)+(3.B)+(4.C) = 5+7+8+4=24

(1.A)+(2.D)+(3.C)+(4.B) = 5+7+13+7=**32**

(1.A)+(2.B)+(3.D)+(4.C) = 5+12+6+4=**27**

(1.A)+(2.C)+(3.D)+(4.B) = 5+11+6+7=**29**

(2.A)+(1.B)+(3.C)+(4.D) = 10+6+13+3=**32**

(2.A)+(1.C)+(3.B)+(4.D) = 10+8+8+3=**29**

(2.A)+(1.D)+(3.B)+(4.C) = 10+7+8+4=**29**

(2.A)+(1.D)+(3.C)+(4.B) = 10+7+13+7=**37**

(2.A)+(1.B)+(3.D)+(4.C) = 10+6+6+4=**26**

(2.A)+(1.C)+(3.D)+(4.B) = 10+8+6+7=**31**

(3.A)+(2.B)+(1.C)+(4.D) = 10+12+8+3=**33**

(3.A)+(2.C)+(1.B)+(4.D) = 10+11+6+3=**30**

(3.A)+(2.D)+(1.B)+(4.C) = 10+7+6+4=**27**

(3.A)+(2.D)+(1.C)+(4.B) = 10+7+8+7=**32**

(3.A)+(2.B)+(1.D)+(4.C) = 10+12+7+4=**33**

(3.A)+(2.C)+(1.D)+(4.B) = 10+11+7+7=**35**

(4.A)+(2.B)+(3.C)+(1.D) = 8+12+13+7=**40**

(4.A)+(2.C)+(3.B)+(1.D) = 8+11+8+7=**34**

(4.A)+(2.D)+(3.B)+(1.C) = 8+7+8+8=**31**

(4.A)+(2.D)+(3.C)+(1.B) = 8+7+13+6=**34**

(4.A)+(2.B)+(3.D)+(1.C) = 8+12+6+8=**34**

(4.A)+(2.C)+(3.D)+(1.B) = 8+11+6+6=**31**

من خلال الاختيارات السابقة فان أفضل اختيار يحقق اقل تكلفة هو الخيار رقم **3** والذي بلغ تكلفته **24** وهذا يعني اختيار الآلة **(1)** للمادة **(A)**، و الآلة **(2)** للمادة **(D)**، و الآلة **(3)** للمادة **(B)**، و الآلة **(4)** للمادة **(C)**.

ثانياً: الحل بالطريقة الهنغارية:

المواد	A	B	C	D
1	**5**	6	8	7
2	10	12	11	**7**
3	10	**8**	13	6
4	8	7	**4**	3

احتيار اقل قيمة من السطور وطرح السطور منه.

المواد	A	B	C	D
1	0	1	3	2
2	3	5	4	0
3	4	2	7	0
4	5	4	1	0

اختيار اقل قيمة من العمود وطرح الأعمدة منه.

المواد	A	B	C	D
1	0	0	2	2
2	3	4	3	0
3	4	**1**	6	0
4	5	3	0	0

لا يمكن القيام بعملية التخصيص بسبب عدم تساوي عدد التغطية لعدد الصفوف أو الأعمدة وبتالي يجب القيام بتحديد اقل قيمة من القيم غير المغطاة وإضافتها إلى مكان التقاطع وطرحها من جميع القيم غير المغطاة.

المواد	A	B	C	D
1	**0**	0	2	3
2	2	3	2	**0**
3	3	**0**	5	0
4	5	3	**0**	1

عند تساوي خطوط التغطية مع عدد الصفوف أو الأعمدة فان المرحلة القادمة هي التخصيص وذلك بتغطية الاصفار من اجل التخصيص الأمثل:

من خلال الجدول السابق فان أفضل اختيارات الحل التي تؤدي الى تحقيق اقل تكليف اختيار الآلة **(1)** للمادة **(A)**، و الآلة **(2)** للمادة **(D)**، و الآلة **(3)** للمادة **(B)**، و الآلة **(4)** للمادة **(C)**.

وعند حساب مجموع التكاليف لهذا الحل وبالرجوع إلى المصفوفة الأصلية نجد أن تكلفة الحل هي:

A.1+B.3+C.4+D.2=

(5)+(8)+(4)+(7) =24

التمرين الثالث:

ترغب إدارة إحدى المؤسسات الصناعية بتوظيف عدد من الموظفين لإنجاز عدد من المهمات. فإذا كان عدد الموظفين أربعة وكانت تكاليف إنجاز المهمات كما يلي:

المهمات / الم	A	B	C	D
1	5	6	2	**4**
2	9	5	**1**	9
3	**1**	2	6	1
4	7	**6**	15	12

استخدم الطريقة الهنغارية لإيجاد أفضل تخصيص؟

الحل:

احتيار اقل قيمة من السطور وطرح السطور منه.

المهمات / المـ	A	B	C	D
1	3	4	0	2
2	8	4	0	8
3	0	1	5	0
4	1	0	9	6

اختيار اقل قيمة من العمود وطرح الأعمدة منه.

المهمات / المـ	A	B	C	D
1	3	4	0	2
2	8	4	0	8
3	0	1	5	0
4	1	0	9	6

لا يمكن القيام بعملية التخصيص بسبب عدم تساوي عدد التغطية لعدد الصفوف أو الأعمدة وبتالي يجب القيام بتحديد اقل قيمة من القيم

غير المغطاة وإضافتها إلى مكان التقاطع وطرحها من جميع القيم غير المغطاة.

المهمات / الموظفين	A	B	C	D
1	1	2	0	0

2	6	2	**0**	6
3	**0**	1	7	0
4	1	**0**	11	6

عند تساوي خطوط التغطية مع عدد الصفوف أو الأعمدة فان المرحلة القادمة هي التخصيص وذلك بتغطية الاصفار من اجل التخصيص الأمثل:

من خلال الجدول السابق فان أفضل اختيارات الحل التي تؤدي الى تحقيق اقل تكليف اختيار الموظف **(1)** للمهمة **(D)**، و الموظف **(2)** للمهمة **(C)**، و الموظف **(3)** للمهمة **(A)**، و الموظف **(4)** للمهمة **(B)**.

وعند حساب مجموع التكاليف لهذا الحل وبالرجوع إلى المصفوفة الأصلية نجد أن تكلفة الحل هي

A.3+B.4+C.2+D.1=

(1)+(6)+(1)+(4) =12

نماذج النقل Transportation Models

مفهوم نماذج النقل

إن نموذج النقل هو من النماذج الرياضية المشتقة أصلاً من النموذج الرياضي العام للبرمجة الخطية، وهو مكرس لمعالجة مشاكل عديدة أهمها نقل وتوزيع البضائع والخدمات بين مراكز الإنتاج أو التوزيع ومراكز الاستلام والاستهلاك. ومن هنا جاءت تسمية النقل Transportation . من أجل بناء نموذج النقل يتطلب الأمر توفر ما يلي:

١. مجموعة من المراكز أو المواقع التي تتواجد في مواقع جغرافية مختلفة (وأحياناً في نفس الموقع الجغرافي ولكن في محطات عمل متباينة الموقع) من شأنها طرح منتجات أو خدمة معينة وتسويقها إلى الجهات الطالبة لها.

٢. مجموعة من المراكز أو المواقع التي تتواجد في موقع جغرافية مختلفة (وقد تكون هذه المواقع في مكان واحد ولكن في محطات عمل متباينة) وهذه من شأنها استلام واستهلاك أو تصريف المنتجات أو الخدمات المرسلة إليها من مراكز التوزيع.

٣. توفر مجموعة من بدائل النقل الممكنة، وإن لكل بديل من هذه البدائل كلفة معينة وقابلية استيعابية معينة على النقل.

٤. وجود هدف معين يسعى المنظمة أو متخذ القرار إلى تحقيقه وهو على الأغلب تدنية التكاليف الكلية للنقل إلى أدنى مستوى ممكن، وهناك حالات خاصة يكون فيه الهدف مزدوج وهو تدنية التكاليف وتقليل الإيرادات.

٥. يمكن ان تكون ضمن المشكلة التي تعالج باستخدام نموذج النقل مسارات نقل غير مستخدمة لكونها لا تحقق الشروط المطلوبة لذلك فإن كمية البضائع والخدمات المنقولة عليه يساوي صفراً، علماً بإن هذه الكمية لا يمكن أن تكون أقل من الصفر أو سالبة لإنه تتنافى مع المنطق.

٦. المتغير المجهول في نموذج النقل هو: Xij

حيث أن:

⇦ Xكمية البضائع أو المنتجات المنقولة.

⇦iرمز مراكز التوزيع.

j⇦رمز مراكز الاستلام.

٧. تتصف نماذج النقل بأنها تستوعب متغيرات كثيرة، ولهذا فإن المتغير Xij

هو عبارة عن مصفوفة لها اتجاهين أفي (i) وعمودي (j) حيث أن:

$i = 1,2,\ldots\ldots,m$

$j = 1,2,\ldots\ldots,n$

أي أن:

⇦mهو أخر رقم من أرقام مراكز التوزيع.

n⇦هو أخر رقم من أرقام مراكز الاستلام.

٨. استناداً لما تقدم سوف يكون لدينا نوعين من القيود الأساسية:

أ. قيود أفقية تعبر عن مراكز التوزيع.

ب. قيود عمودية تعبر عن مراكز الاستلام.

٩. تكتب كل قيود نموذج النقل (الأفقية منها والعمودية) بصيغة معادلات رياضية.

١٠. تعتمد مشكلة ونموذج النقل على بناء وصياغة جدول النقل الذي يجمع كل بيانات المشكلة وكافة متطلبات صياغة النموذج الرياضي للنقل.

٢.٤. النموذج الرياضي لمشكلة النقل:

من أجل توضيح مكونات وعناصر النموذج الرياضي لمشكلة النقل، يتطلب الآمر في البداية توضيح جدول النقل الذي على اساسه سوف يتم بناء وصياغة النموذج المذكور:

جدول رقم (4-1) الصيغة العامة لجدول النقل

S_i	D_1	D_2	.....	D_n	a_i
S_1	C_{11} X_{11}	C_{12} X_{12}	.....	C_{1n} X_{1n}	a_1
S_2	C_{21} X_{21}	C_{22} X_{22}	.....	C_{2n} X_{2n}	a_2
| | |	| | |	| | |	....	| | |	| | |
S_m	C_{m1}	C_{m2}	....	C_{mn}	a_m
b_j	b_1	b2	.....	b_n	$\sum_{i=1}^{m} ai$ / $\sum_{i=1}^{m} ai$

يتم تعريف رموز ومكونات الجدول السابق كما يلي:

i= عدد مراكز التوزيع

j= عدد مراكز الاستلام

S_i= (Supply) مراكز توزيع وتسويق الضائع ويبلغ عددها (i).

D_j= (Demand) مراكز الاستلام أو الطلب على الضائع والتي يبلغ عددها (j).

X_{ij}= كمية البضائع المنقولة أو المسوقة من مراكز التوزيع(i) إلى مراكز الاستلام (j).

C_{ij}= تكاليف نقل وتسويق البضاعة من مراكز التوزيع(i) إلى مراكز الاستلام (j).

a_i= كمية البضاعة المعروضة أو المنقولة من مراكز التوزيع أو التسويق (i).

b_j= كمية البضاعة المطلوبة في مراكز الاستلام (j).

استناداً إلى ما تقدم يتم بناء القيود الأساسية ودالة الهدف لنموذج النقل وذلك كما يلي:

أولاً: القيود الأساسية Basic Constraints

١. قيود مراكز التوزيع أوالتسويق

$S_1 \Rightarrow X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1n} = a_1$

$S_2 \Rightarrow X_21 + X_{22} + \ldots + X_{2n} = a_2$

: : : :

: : : :

$S_m \Rightarrow X_{m1} + X_{m2} + \ldots + X_{mn} = a_m$

٢. قيود مراكز الاستلام أو الاستهلاك

$D_1 \Rightarrow X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{m1} = b_1$

$D_2 \Rightarrow X_{21} + X_{22} + \ldots + X_{m2} = a_2$

: : : :

: : : :

$D_m \Rightarrow X_{1n} + X_{2n} + \ldots + X_{mn} = b_m$

ثانياً: دالة الهدفObjective Function

$Z= C_{11} X_11+ C_12 X_{12} + . . . C_{mn}X_{mn} \rightarrow$ Min

ثالثاً: قيود اللاسلبيةNon-Negativity Constraints

$X11, X12, ..., Xmn \geq 0$

ويمكن التعبير عن النموذج الرياضي السابق بشكل مختصر كما يلي:

أولاً: القيود الأساسية

(١) قيود مراكز التوزيع أو التسويق

$$\sum_{j=1}^{n} xij = ai$$

(٢) قيود مراكز الاستلام أو الاستهلاك

$$\sum_{i=1}^{m} xij = bi$$

حيث إن:

i= 1,2,…,m

j=1,2,…,n

ثانياً: دالة الهدف

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} CijXij \rightarrow Min$$

ثالثاً: قيود اللاسلبية

$Xij \geq 0$

٣. ٤. أنواع مشاكل النقل

تشير الطروحات الفكرية المهتمة بمشاكل النقل إن هناك تقسيمات مختلفة لمشاكل النقل واساس التقسيم هو الزاوية أو المحور الذي ينظر من خلاله إلى مشكلة النقل وبشكل عام يوجد أثنين من المحاور وهي:

المحور الأول:

تقسيم مشاكل النقل من حيث توازن أو عدم توزان مشكلة النقل أو من حيث تساوي الكميات المعروضة مع الكميات المطلوبة حيث تقسم إلى ما يلي:

١. مشاكل النقل المغلق Closed Transportation Problems

٢. مشاكل النقل المفتوح Open Transportation Problems

٣. مشاكل النقل الخاص Special Cases of Transportation Problems

المحور الثاني:

تقسيم مشاكل النقل من حيث العلاقة بين مراكز التوزيع ومراكز الاستلام،

حيث تقسم إلى:

١. النقل المباشر Direct Transportation

٢. النقل غير المباشر / أو متعدد المراحل

Indirect Transportation (Multistage Transportation)

وفيما يلي توضيح لكل واحدة من المشاكل الواردة في المحاور السابقة.

١.٢.٤. تقسيم مشاكل النقل من حيث توازن أو عدم توازن مشكلة النقل

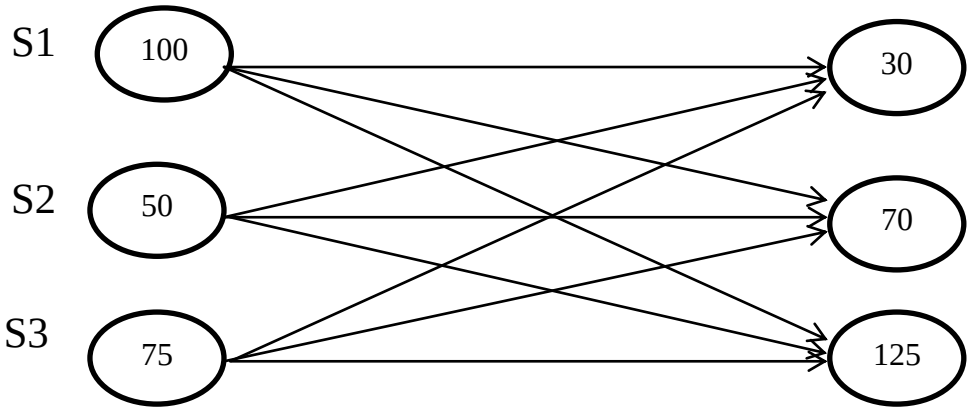
ويقصد بذلك إن الكميات المعروضة هي أما إن تساوي الكميات المطلوبة وذلك في حالة التوازن، أو أن الكميات المعروضة لا تساوي الكميات المطلوبة وذلك في حالة عدم التوازن كما يرد أدناه:

أولاً: مشاكل النقل المغلق، ويقصد بذلك أن مجموع الكميات الموجودة في مراكز التوزيع تساوي تماماً مجموع الكميات المطلوبة في مراكز الاستلام، ويعبر عن ذلك من خلال العلاقة الرياضية التالية:

$$\sum_{i=1}^{m} ai = \sum_{j=1}^{n} bj$$

ولو فرضنا أن لدينا ثلاث مراكز توزيع، وثلاث مراكز استلام فإن التعبير عن هذه الحالة بيانياً هو كما هو وارد في المثال التالي:

مراكز الاستلام **مسارات النقل** **مراكز التوزيع**



ثانيـــــــاً: مشـــــاكل النقـــــــل المفتـــــوح ويقصد بهذا النـــوع مـــن المشـــــاكل تلك التي لا يوجد فيها حالة التوازن بين العرض والطلب وبعبارة أخرى أما أن يكون العرض أكبر من الطلب أو الطلب أكبر من العرض، ويتم التعبير عن ذلك رياضيات كما يلي:

$$\sum_{i=1}^{m} ai \neq \sum_{j=1}^{n} bj$$

واستناداً لذلك، فإن هذه العلاقة يمكن أن تقسم كما يلي:

١. العرض أكبر من الطلب، أي أن

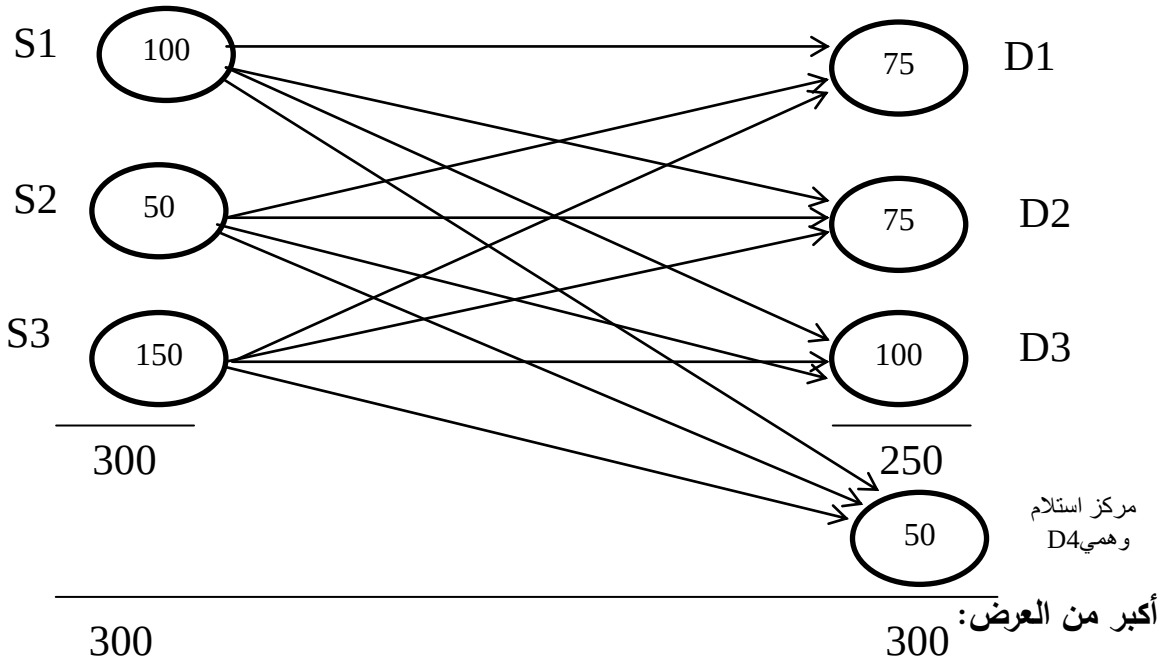
$$\sum_{i=1}^{m} ai > \sum_{j=1}^{n} bj$$

٢. الطلب أكبر من العرض، أي أن:

$$\sum_{i=1}^{m} ai < \sum_{j=1}^{n} bj$$

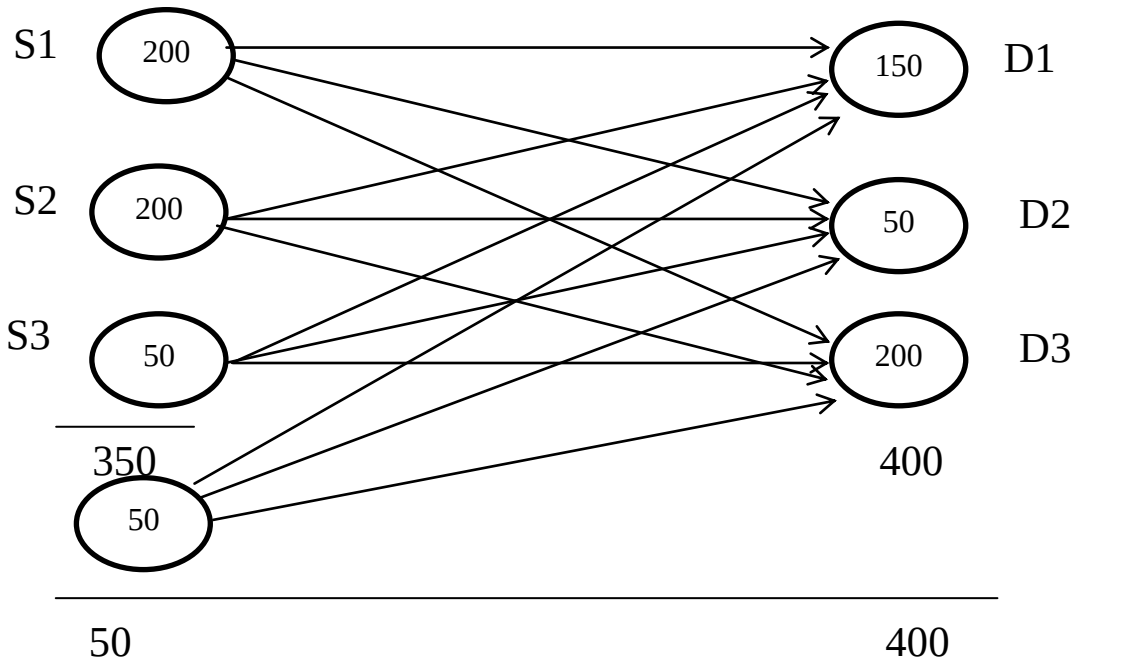
ولما كانت مشكلة النقل ينبغي أن يكون متوازنة، لذلك لا بد من معالجة هذه الحالة، أي تحويلها من حالة عدم التوازن إلى حالة التوازن، ويكون ذلك بإضافة مركز استلام وهمي أومركز توزيع وهمي يمثل الفرق بين مجموع الكميات في كل من مراكز التوزيع ومراكز الاستلام. ولتوضيح ذلك نعرض أدنا بعض الأمثلة الافتراضية مع الأشكال البيانية التي توضح هذه الحالات:

مراكز الاستلاممراكز التوزيع



٢. الطلب أكبر من العرض:

مراكز الاستلاممراكز التوزيع



ثالثاً: مشاكل النقل الخاص: إن هذا النوع من المشاكل وحسب ما هو واضح من التسمية تتسم بالخصوصية، حيث إن هناك العديد من مشاكل النقل هي غير ما ورد أعلاه ولها مواصفات نابعة من اصل المشكلة، ومن أهم هذه الحالات هي:

مركز توزيع وهمي S4

١. مشاكل التخصيص Assignment Problems

إن هذا النوع من المشاكل توضح كيفية التعامل مع توزيع وتخصيص الموارد على الاستخدامات المحددة، وإن النموذج الرياضي الذي يعبر عن هذا النوع من المشاكل:

$$\sum_{j=1}^{n} xij = 1 \quad i = 1,2,\dots,m$$

$$\sum_{i=1}^{m} xij = 1 \quad j = 1,2,\dots,n$$

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} CijXij \rightarrow Min$$

$Xij \geq 0$

وسوف يتم توضيح هذا النوع من المشاكل لاحقاً بشكل أكثر تفصيلاً.

٢. مشاكل التدفق Transportation Problems

وهي تلك المشاكل التي تعرض حالات التدفق للبضائع والسلع من مراكز التوزيع إلى مراكز الاستلام من خلال أكثر من مرحلة واحدة ومروراً بأكثر من مركز توزيع واستلام وتتصف هذه الحالة بإن هناك تبادل للبضائع والسلع من أثنين أو أكثر من المراكز، أي بعبارة أخرى إن هناك إمكانية لأن يقوم كل مركز بتوزيع واستلام البضاعة من المراكز الأخرى وذلك بكلف مختلفة، وسوف يرد توضيح مفصل لذلك في الفقرات القادمة.

٣. مشاكل نقل مختلفة

حيث يمكن أن تميز في الواقع العملي العديد من المشاكل ذات الطابع الخاص الذي يميزها عن الحالات السابقة، ومن الأمثلة على ذلك:

- مشاكل النقل في حالة الداله المزدوجة (تدنية التكاليف وتعظيم الارباح).
- مشاكل النقل مع عدم صلاحية مسار معين.
- مشاكل تقليل عمليات النقل الفارغ.
- مشاكل تقليل تكاليف نقل الانتاج.
- مشاكل تخطيط الإنتاج الإضافي وتسويقه.

٢.٣.٤. تقسيم مشاكل النقل من حيث العلاقة بين مراكز التوزيع ومراكز الاستلام

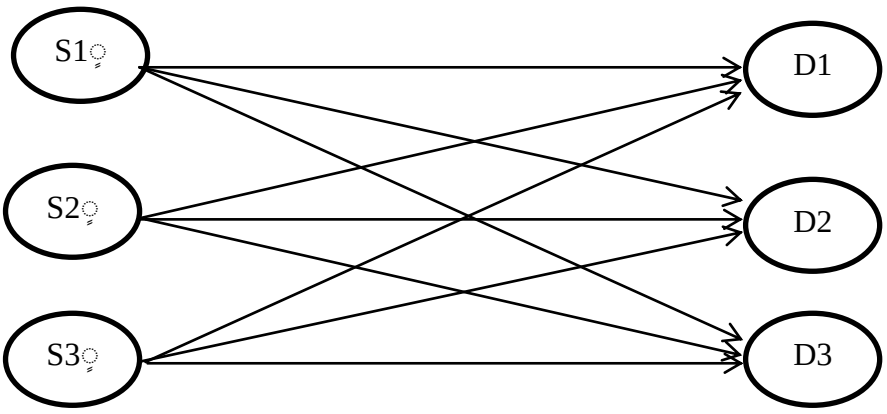
وهذا وفقاً لهذا المحور تقسم مشاكل النقل إلى ما يلي:

١. مشاكل النقل المباشر Direct Transportation

٢. مشاكل النقل غير المباشر In-direct Transportation

وفيما يلي توضيح لكل واحدة من هذه المشاكل:

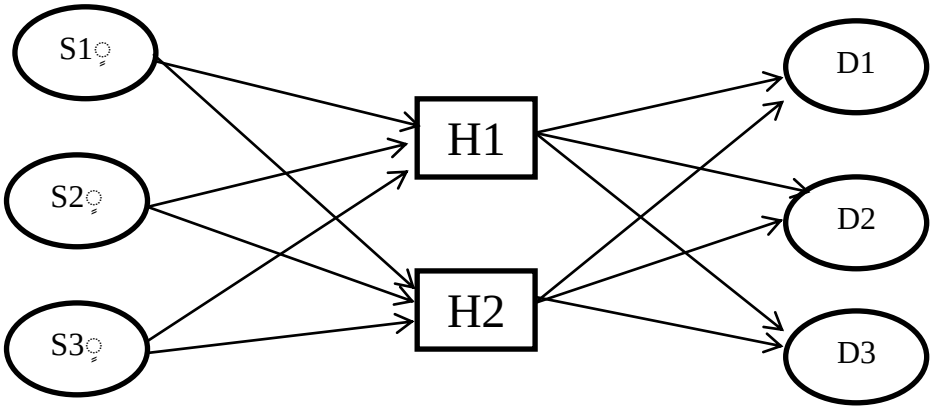
أولاً: مشاكل النقل المباشر، بموجب هذا النوع من المشاكل إن البضائع والسلع أو المنتجات تنتقل بشكل مباشر من مراكز الإنتاج أو التوزيع إلى مراكز الاستهلاك أو الاستلام وعدم وجود أي وسيط كما هو واضح في المثال التالي:



ثانياً: مشاكل النقل غير المباشر

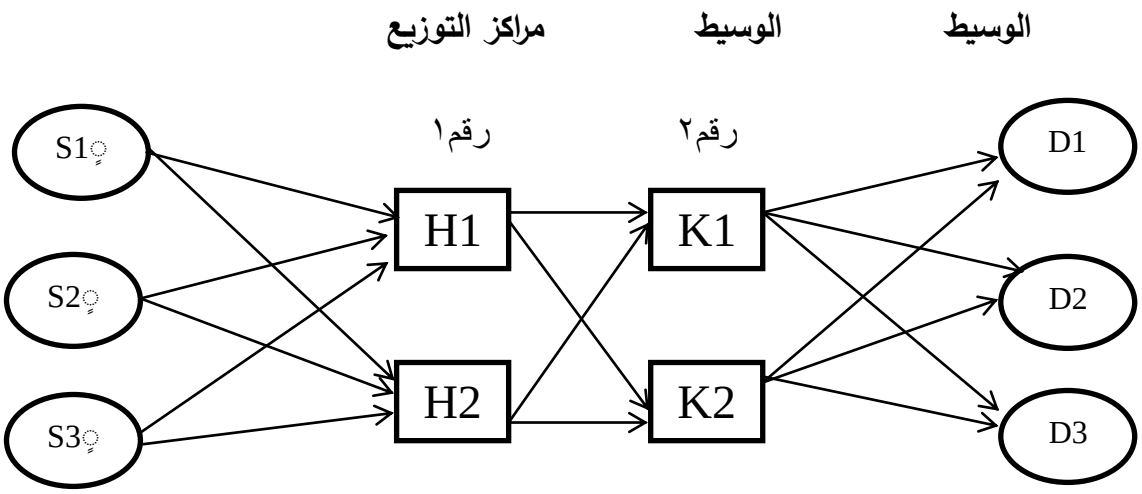
في هذا النوع من المشـــاكل يـــدخل وسيط واحد أو أكثر من وسيط (تاجر جملة، تاجر تجزئه، وكيل أو محطة وما شابه ذلك) في عملية إنتقال البضائع والسلع من مراكز التوزيع أو الانتاج إلى مراكز الاستلام أو الاستهلاك، كما هو واضح في الشكل التالي:

مراكز الاستلام الوسيط مراكز التوزيع



من الشكل السابق يتضح أن الوسيط (H2,H1) في المرحلة الأولى بمثابة مركز استلام والمراكز (S3,S2,S1) هي مراكز توزيع وفي المرحلة الثانية تعتبر كل من (H2,H1) هي بمثابة مراكز توزيع وإن مراكز الاستلام هي (D3,D2,D1) علماً بأن المرحلة الوسيطة

(H2,H1) يمكن أن تكون أكثر من مرحلة واحدة كما هو موضح في الشكل التالي:



إن هـذه الحالة الأخيرة يمكـن أن تظهـر بشـكل أكثـر تعقيـداً فـي الواقـع العملي. حيث قـد لا تكـن بالشكل النظامي (Symmetric) الوارد في الحالة الموضحة بالشكل أعلاه. وكذلك قد لا تكون مسارات النقل واتجاه تدفق البضائع والسلع دائماً من اليسار إلى اليمين، حيث قد يكون في الواقع حالة تدفق البضائع والسلع بشكل مزدوج (من اليمين إلى اليسار ومن اليسار إلى اليمين) وكذلك قد تكون التدفق في اتجاه واحد ومعاكس من اليمين إلى اليسار. ويعرف هذا النوع من المشاكل بالتدفق Transshipment وهي حالة مشتقة من مشاكل النقل. والشكل الذي يعبر عن هذا النوع من المشاكل موضح في الشكل رقم (1-4).

٤.٤.طرق حل مشاكل النقل

بعد أن يتم صياغة النموذج الرياضي لمشكلة النقل، حيث يتم التعبير عن مفردات المشكلة من خلال شروط مراكز التوزيع ومراكز الاستلام ودالة الهدف. تبدأ بعد ذلك عمليةحل النموذج الرياضي. أن أساس عملية الحل هو البحث عن قيمة للمقدار Xij الذي يمثل كمية البضاعة أو السلعة المنقولة من مراكز التوزيع (i) إلى مراكز الاستلام (j). وقبل الدخول في توضيح الطرق التي بموجبها يتم إيجاد الحل لمشكلة النقل لا بد وأن نشير إلى أن هناك علاقة رياضية أساسية ينبغي أن تستخدم في كافة أنواع الطرق ولكافة مراحل الحل، هذه العلاقة هي: Xij= Min (ai, bj)

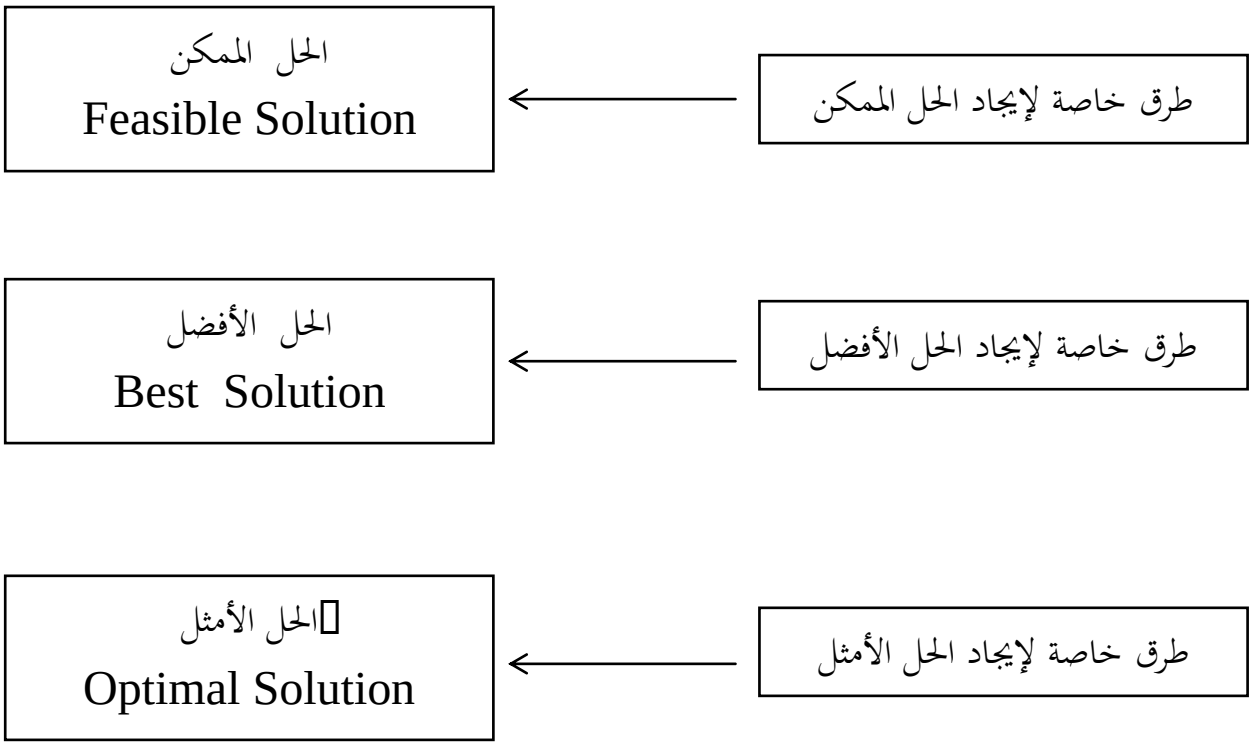
حيث أن:

⇦Xij كمية البضاعة أو السلع المنقولة من مركز التوزيع (i) إلى مركز الاستلام (j).

⇦ai كمية البضاعة المعروضة في مركز البيع (i).

⇦bj كمية البضاعة المعروضة في مركز الاستلام (j).

إن عملية البحث عن الحل المطلوب لمشكلة النقل، ومن خلال الاستعانة بوساطة العلاقة الرياضية أعلاه يتم من خلال أكثر من مرحلة وأحدة كما مر معنا في حالة طريقة السمبلكس في البرمجة الخطية، إلا أن الاختلاف هنا هو أن لمرحلة الحل الممكن تستخدم طرق معينة ولمرحلة الحل الأفضل تستخدم طرق أخرى وكذلك لمرحلة الحل الأمثل كما هو واضح في الشكل رقم (4-2).



الشكل (4-2) مراحل الحل وكيفية استخدام طرق خاصة لعملية البحث عن الحل الممكن والأفضل والأمثل.

وعلى أساس ما تقدم فإن عملية البحث عن الحل لمشكلة النقل تتطلب استخدام الطرق لتالية:

أولاً: البحث عن الحل الممكن Feasible Solution

(١) طريقة الركن الشمالي الغربي North-West Corner

(٢) الطريقة العشوائية في التوزيعRandom Distribution

وفيما يلي توضيح مفصل لكل واحدة من هذه الطرق

طريقة الركن الشمالي الغربي North-West Corner

من خلال تسمية هذه الطريقة يستدل علي كيفية تطبيق هذه الطريقة وما هي فكرة هذه الطريقة، حيث إن نقطة بداية تطبيق هذه الطريقة هو خلية النقل الواقعة في الركن الشمالي الغربي من جدول النقل كما هو واضح في الجدول التالي:

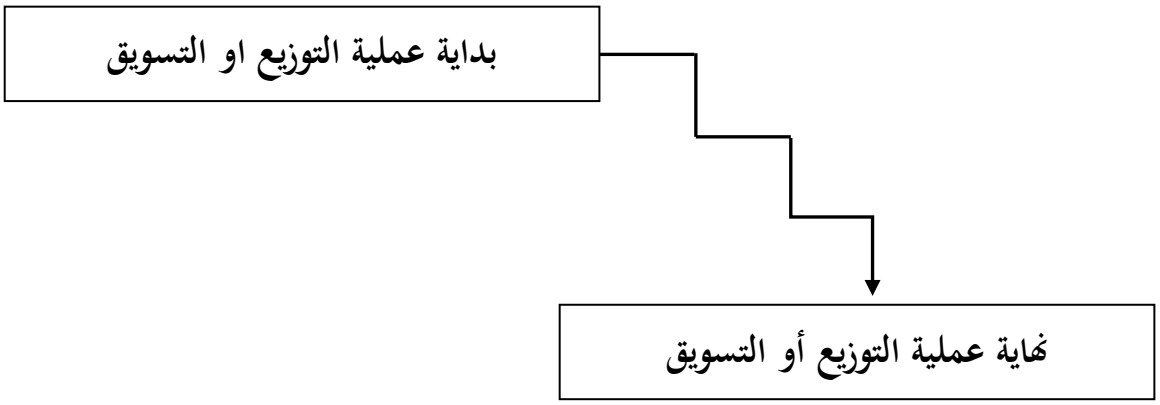
الاستلام / مراكز التوزيع	D_1	D_2	D_3	a_i
S_1	C_{11} بداية تطبيق طريقة الركن الشمالي الغربي	C_{12}	C_{13}	a_1
S_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	a_2
S3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	a_3
b_j	b_1	b2	b3	$\sum_{i=1}^{m} ai$ / $\sum_{i=1}^{m} ai$

من الجدول السابقة يتضح إن بداية تطبيق الطريقة هي نم المركز S1 وبالتحديد من خلية النقل التالي:

C11	
	X11

201

خلية النقل الواقعة في الركن الشمالي الغربي من جدول النقل من ثم تستمر عملية توزيع أو تسويق البضائع أو السلع من مراكز التوزيع إلى مراكز الاستلام وفق صيغة متدرجة تشبيهها بالسلم المندرج التنازلي، أي أن:



وبعد أن تتم عملية التوزيع أو التسويق يتم تحديد تلك الخلايا التي حدث فيها نقل فعلي (مسارات النقل) أي تلك الخلايا التي فيها Xij>0 وتهمل الخلايا التي يكون فيها 0 = Xij، حيث تحسب التكاليف الكلية للنقل (التوزيع أو التسويق) من خلال دالة الهدف (Z) التي يتم فيها ضرب التكاليف Cij في الكمية Xij وينبغي أن تكون التكاليف الكلية للنقل أقل ما يمكن.

إن هذه الطريقة تتسم في كونها بسيطة وسهلة التطبيق وليس فيها تكنيك رياضي عالي. إلا إن هذه الطريقة تتصف في كونها لا تأخذ بالكلفة بعين الاعتبار في عملية التوزيع أو التسويق للبضائع والسلع.

الطريقة العشوائية في التوزيعRandom Distribution

إن هذه الطريقة ليس فيها أية قاعدة عملية واضحة ومعروفة حيث تعتمد بالدرجة الأساس على اسلوب وطريقة توزيع البضائع والسلع بين كافة خلايا النقل الممكنة عشوائي لا على التعيين، بعبارة أخرى إن عملية الحل وفق الطريقة العشوائية، هو اية عملية توزيع وتقسيم للكميات المتاحة في مراكز التوزيع بين الجهات الطالبة لها في مراكز الاستلام وذلك بواسطة خلايا النقل التي توزع من خلايا الكميات أفقياً وعمودياً تشكل تحقق حالة التوازن المشترطة

$$\sum_{i=1}^{m} ai = \sum_{j=1}^{n} bj$$

وبعد أن يتم عملية التوزيع تحسب دالة الهدف من خلال حاصلة الكلفة في الكمية، أي أن:

$$Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} CijXij \rightarrow Min$$

تعتمد هذه الطريقة على خبرة وبراعة متخذ القرارالذي يتولى عماية التوزيع، لذلك لا ترقى هذه الطريقة إلى مصاف الطرق العلمية المعتمدة، علماً بإن هناك إمكانية للحصول على أكثر من توزيع أو أكثر من حل ممكن واحد من خلال إعادة التوزيع بشكل متوازن.

ثانياً: البحث عن الحل الأفضل Best Solution

لإيجاد هذا النوع من الحلول يتم استخدام أثنين من الطرق وهي كما يلي:

(١) **طريقة العنصر الأقل كلفة Least Cost Method**

(٢) **طريقة فوجل Vogel's Approximation**

وفيما يلي توضيح لكل واحدة من هذه الطرق وذلك كما يرد أدناه.

طريقة العنصر الأقل كلفة **Least Cost Method**

وهي الطريقة التي تبحث عن أقل عنصر من التكاليف ضمن جدول النقل وذلك من أجل اعتماده كبداية لعملية توزيع وتسويق البضائع والسلع. وعادة يتم سحب مصفوفة التكاليف من جدول النقل من أجل أعتمادها كدليل عمل عند البدء بعملية التوزيع لما هو متوفر من البضائع وسلع ومراكز التوزيع ويرمز لهذه المصفوفة كما يلي:

$$Cij = \begin{bmatrix} C11 & C12 & \cdots & C1n \\ C21 & C22 & \cdots & C2n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Cm1 & Cm2 & \cdots & Cmn \end{bmatrix}$$

حيث أن :

$i = 1,2,\ldots m$

$j = 1,2,\ldots n$

وبعد أن يتم تحديد العنصر الأقل كلفة وتتم فيه عملية النقل يتم شطب القيمة أو المقدار أو الكمية التي تم نقلها من مراكز التوزيع وكذلك من مراكز الاستلام، ويتم إلغاء نصف أو العمود الذي أصبح فيه رصيد الكمية صفراً وذلك بإعتمادة أحد الأسلوبين التاليين:

(١) يتم شطب الصف أو العمود بمستقيم يحدد برقم معين.

(٢) يتم حذف أو إلغاء الصف أو العمود من أصل جدول النقل، بحيث يتم إعادة رسم أو تنظيم جدول النقل بدون مركز التوزيع (الصف) أو مركز الاستلام (العمود) المحذوف.

وبعد ذلك يتم البحث فيما تبقى من عناصر مصفوفة التكاليف عن أقل كلفة وتعاد نفس العملية السابقة لغاية حذف أخر عمود وأخر صف. وبذلك يكون قد تم تسويق كل الكميات الموجودة في مراكز التوزيع إلى مراكز الاستلام، وتم تحديد كافة القيم المجهولة Xij لخلايا النقل، حيث بعدها يتم حساب التكاليف الكلية للنقل، على اساس معادلة دالة الهدف(Z) والتي تفترض أن تكون أقل مما تم الحصول عليه عند تطبيق الطرق الواردة ذكرها في المرحلة الأولى (مرحلة الحصول على الحل الممكن) وتتسم هذه الطريقة بالعلمية وذلك لكونها تعتمد على اساس علمي في عملية التوزيع وهو العنصر الأقل كلفة.

طريقة فوجل Vogel's Approximation

إن هذه الطريق تشبه الطريقة السابقة من حيث النتيجة، حيث إن القاعدة في عملية توزيع الكميات المتوفرة من البضائع في مراكز التوزيع هو عناصر التكاليف في كل واحدة من مسارات النقل، لذلك فإن هذه الطريف تعرف بطريقة الكلف الفرصيةOpportunity Cost إن تطبيق هذه الطريقة يتم وفق الخطوات التالية:

(١) يتم حساب الفرق بين أقل كلفتين في كل من الصفوف والاعمدة.

(٢) يتم تحديد أكبر الفروقات وبيان ما هو موجود في الصفوف أوفي الأعمدة.

(٣) المكان الذي يوجد أكبر الفروقات يتم البحث فيه عن أقل كلفة للنقل.

(٤)يتم تطبيق العلاقة الرياضية:

$$Xij = Min\ (ai, bj)$$

وذلك على ضوء الكلفة الأقل التي تم تحديدها.

(٥) بعد أن يتم أحتساب قيمة (Xij) في الموقع المحدد، يتم شطب هذه القيمة من رصيد الكميات المعروضة أو الكميات المطلوبة.

(٦) يتم حذف الصف أو العمود التي يصبح رصيده صفراً.

(٧) يتم إعادة الخطوة رقم (١) مرة أخرى حيث يتم حساب الفرق بين أقل كلفتين في كل من الصفوف والأعمدة المتبقية وهكذا تستمر العملية لغاية تسويق كل ما هو معروض من كميات إلى الجهات الطالبة لها.

ثالثاً: البحث عن الحل الأمثل Optimal Solution

لإيجاد هذا النوع من الحلول، يتم استخدام نوعين من الحلول وهي:

(١) طريقة المسار المتعرج Stepping Stone Mehtod

(٢) طريقة المضاعفات Multipliers Mehtod

(١) طريقة المسار المتعرج **Stepping Stone Mehtod**

تعرف هذه الطريقة من خلال اسماء أخرى ايضاً مثل طريقة القفز على الصخور، كذلك طريقة الجزاء، ومهما أختلفت الاسماء يبقى الهدف واحد، إلا وهو البحث عن الحل الأمثل. أن تطبيق هذه الطريقة يبدأ مباشرة بعد الانتهاء من المرحلة السابقة وهي مرحلة إيجاد الحل الأفضل، بمعنى آخر أن تطبيق هذه الطريقة يتم على أساس آخر جدول يتم التوصل إليه بموجب طريقة العنصر الأقل كلفة أو طريقة فوجل.

إن عملية تطبيق هذه الطريقة يتم وفق خطوات متسلسلة يمكن إجمالها في النقاط التالية:

(١) إن آخر جدول يتم الحصول عليه بموجب طريقة العنصر الأقل كلفة أو طريقة فوجل هو أول جدول بالنسبة لهذه الطريقة، ويتم على اساسه تجزئة المتغيرات الموجودة فيه (Xij)إلى نوعين وهي:

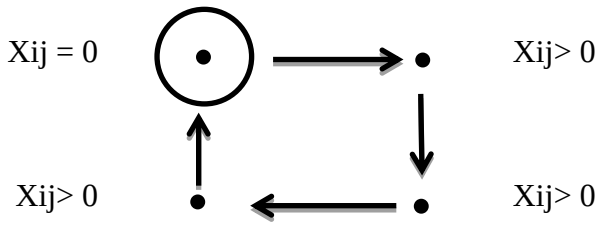
أ. المتغيرات الأساسية Basic Variables

حيث تكون فيه $Xij > 0$

ب. المتغيرات غير الأساسية Non-Basic Variables

حيث تكون فيه $Xij = 0$

(٢) بعد ان تم تجزئة المتغيرات إلى اساسية وغير أساسية، فإن الخطوة التالية، هي رسم مسارات مغلقة للمتغيرات غير الأساسية وذلك وفي القاعد التالية:



(٣) يتم حساب التغير في الكلفة لكل مسار من المسارات السابقة، فإذا علمنا إن:

⇦Cijكلفة المسار

فإن:

⇦Ćijكلفة المسار العدله

وإن :

ΔĆij⇦مقدار التغير في الكلفة المعدلة.

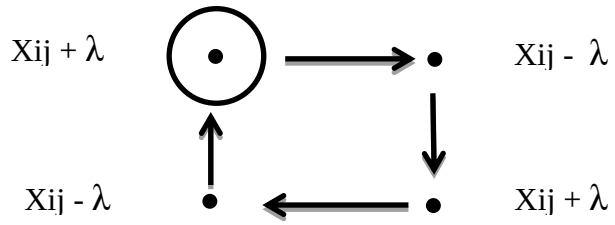
وعلى هذا الاساس يتم حساب مقدار التغير في الكلفة المعدلة للمتغيرات غير الأساسية من خلال عملية إضافة وطرح للكلف الداخلة في المسار المغلق للمتغير غير الأساسي.

(٤) من العمليات الواردة في الخطوة السابقة إذا كانت جميع القيم موجبة فإن الحل الذي تم التوصل إليه في الجدول السابق هو الحل الأمثل. أما إذا ظهرت قيمة سالبة واحدة أو أكثر فإن في هذه الحالة يتم اختيار ذلك المتغير الغير أساسي (Xij) الذي يقابل أكبر قيمة بالسالب(أصغر قيمة) وهذا يعني أيضاً إن هذا المتغير الذي يقابل أكبر قيمة سالبة هو الذي يحقق أكبر انخفاض في التكاليف الكلية وتأسيساً على ذلك فإن المتغير غير أساسي يصبح متغير أساسي (يدخل إلى الأساس) ويسمى بالمتغير الداخل (كما في حالة السيمبلكس Min.Z) وذلك لكونه يساهم في انخفاض التكاليف الكلية.

(٥) بعد أن تم تحديد المتغير الخارج في الخطوة السابقة، فإن الخطوة التالية هو تحديد المتغير الخارج، ويكون ذلك من خلال رسم مسار مغلق التغير (Xij) الذي يقابل أكبر قيمة سالبة في تغير الكلف. ويتم تحديد ورسم المسار المغلق على أساس إن هناك كمية تضاف وطرح المقدار (λ) تكون على النحو التالي:

تضاف (λ) إلى المتغير الغير اساسي وتطرح وتضاف بعد ذلك بشكل متسلسل كما هو واضح أدناه:

متغير اساسي المتغير غير الأساسي



علماً بإن:

$\lambda = Min\ (Xij)$

حيث إن:

⇦Xij هي المتغيرات الأساسية التي تمثل زوايا المسار المغلق بإستثناء زاوية خط البداية كما في الشكل أعلاه.

(٦) يتم حساب دالة الهدف في ضوء تعديل قيم المتغيرات Xijضمن جدول النقل حيث تم دخول متغير داخل جديد وخروج متغير. ومن المفروض في هذه الحالة إن تكون قيمة دالة الهدف أقل مما هي عليه الحال في بداية الأمر. ويتم التحقيق من كون هذا الحل الذي تم التوصل إليه (في ضوء التوزيع الجديد للبضائع والسلع والقيمة الجديدة لـ Z) هو الحل الأمثل من خلال العودة مرة أخرى إلى النقطة الأولى التي بموجبها تم تجزئة المتغيرات الأساسية وبعدها يتم حساب التغير في الكلف المسارات المغلقة للمتغيرات الغير الأساسية وبعدها يتم حساب التغير في الكلف فإذا كانت جميع القيم موجبه، يتم التوقف. ويعتبر الحل الذي تم التوصل إليه هو الحل الأمثل. وإذا ظهرت مرة أخرى إشارات سالبة يتم الاستمرار بعملية الحل وفق نفس الخطوات الواردة أعلاه.

طريقة عوامل الضرب **Multipliers Mehtod**

إن هذه الطريقة مشابهة لطريقة المسار المتعرج، حيث يتم استخدامها للحصول على الحل الأمثل، وتبدا هذه الطريقة من حيث أنتهت طريقة العنصر الأقل كلفة أو طريقة فوجل. إن فكرة هذه الطريقة تتم وفق خطوات محددة يمكن إجمالها على النحو التالي:

(١) لكل صف (i) في جدول النقل يتم وضع مقابل له (ui) ولك عمود (j) يتم وضع له هو (Vj)، وعليه لو كان لدينا مشكلة نقل تتكون من أربعة مراكز توزيع وثلاثة مراكز استلام، فإن ذلك يتم كما يلي :

Vj	V1	V2	V3	
Si	D_1	D_2	D_3	a_i

u_1	S_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	a_1
u_2	S_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	a_2
u3	S3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	a_3
u4	S4	C_{41}	C_{42}	C_{43}	a_4
	b_j	b_1	b2	b3	$\sum_{j=1}^{n} bj \sum_{i-1}^{m} ai$

(٢) يتم تجزئة المتغيرات الواردة في جدول النقل إلى متغيرات أساسية وغير أساسية.

(٣) لجميع المتغيرات الأساسية Basic يتم وضع العلاقة الرياضية التالية:

Cij = ui + Vj

فإذا كان لدينا على سبيل المثال القيمة التالية هي متغيرات أساسية:

Basic	Cij = ui + Vj
X12	C12 = u1 + V2
X13	C13 = u1 + V3
X22	C22 = u2 + V2
X31	C31 = u3 + V1
X41	C41 = u4 + V1
X42	C42 = u4+ V2

من العلاقات السابقة تكون عادة القيمة (C42, C41, C31, C22, C13,C12) معلومة، وتكون لدينا علاقات رياضية من الدرجة الأولى يكون فيها عدد من المجاهيل، فإذا كان عدد المجاهيل يساوي عدد

المعادلات، فإن بالإمكان حل هذه المعادلات من خلال التعويض. أما إذا كان عدد المعالادت لا يساوي عدد المجاهيل، فإن في هذه الحالة يتطلب الأمر إفتراض أحد القيم صفراً، وعادة يقع الخيار على (u1) بحيث يتم مساواته إلى الصفر أي أن: $u1 = 0$

ويكون بعد ذلك من السهل تحديد قيم بقية المجاهيل.

(٤) يتم حساب التغير في الكلفة لكل متغير غير أساسي، وذلك وفق العلاقة الرياضية التالية:

$$Cij = Cij - ui - Vj$$

وذلك كما هو واضح أدناه:

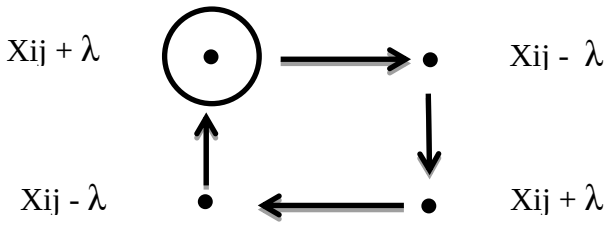
على افتراض إن القيم (X43, X33, X32, X23, X21,X11)هي قيم المتغيرات غير اساسية فإن:

Non−Basic	Cij =Cij−ui−Vj
X11	C11 = C11 − u1 − V1
X21	C21 = C21 − u2− V1
X23	C23 = C23 − u2 − V3
X32	C32 = C32 − u3 − V2
X33	C33 = C33 − u3− V3
X43	C43 = C43 − u4− V3

وإذا تم الحصول من العمليات السابقة على قيم كلها موجبة، فإنه يتم التوقف ويعتبر آخر جدول تم التوصل إليه هو الأمثل. أما إذا ظهرت لدينا قيم سالبة، فإنه يتم اختيار ذلك المتغير الذي يقابل أكبر قيمة سالبة(أصغر قيمة) وذلك لإن هذا المتغير يعتبر من أكثر المتغيرات مساهمة في عملية تخفيض الكلفة وهو يعتبر بمثابة المتغير الداخل Entry Variable

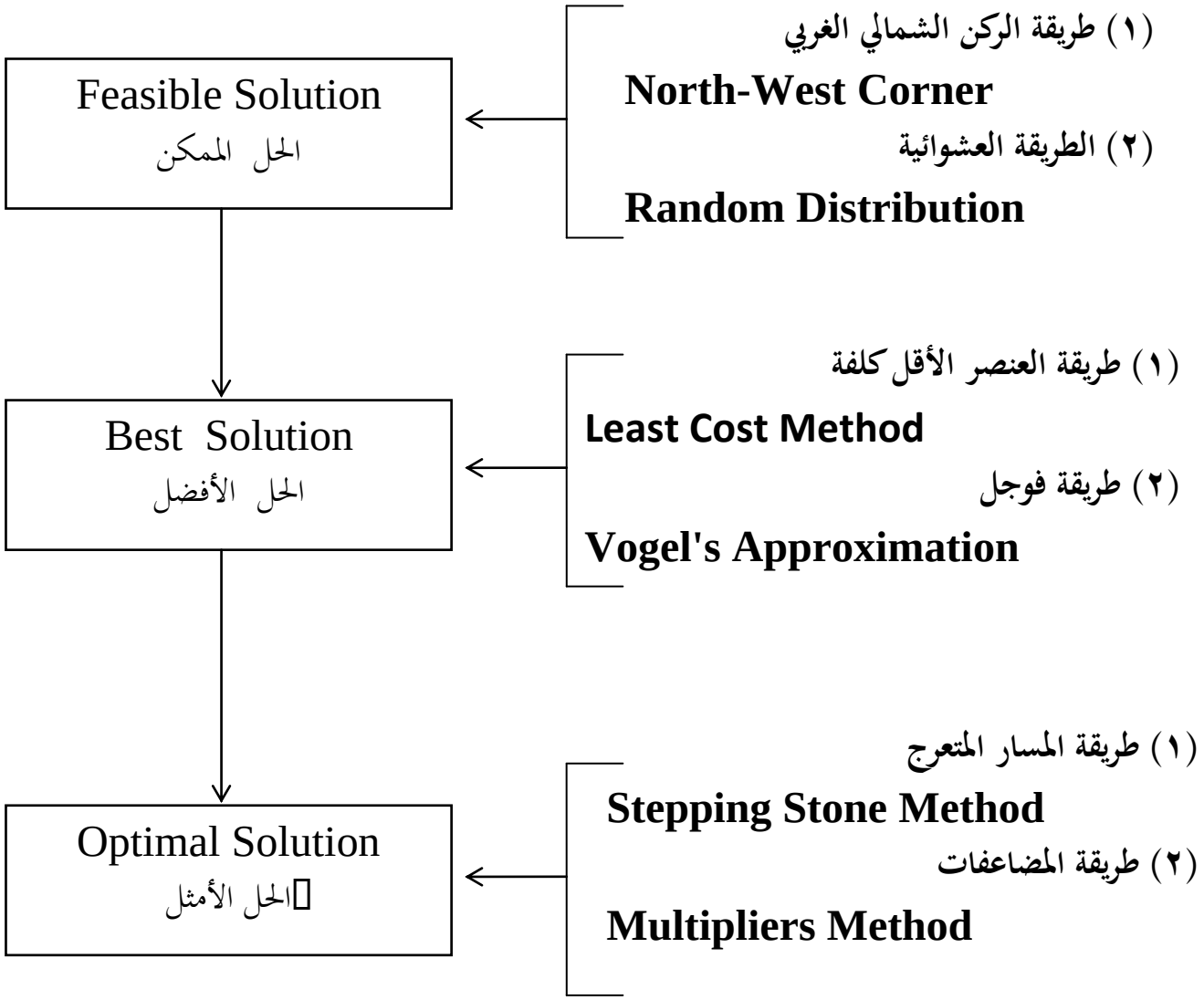
(٥) يتم تحديد المتغير الخارج من خلال تنظيم مسار مغلق للمتغير الذي وقع عليه الاختيار في أعلاه، وإضافة وطرح المقدار λ كما يلي:

متغير أساسي المتغير الغير أساسي



بعد أن يتم تحديد المتغير الداخل والخارج، يتم إعادة ترتيب الكميات ضمن جدول النقل، ومن ثم يتم حساب قيمة دالة الهدف Z بعد هذا التغير ويتم التأكد من إن هذه القيمة لـ Z وهذا التوزيع للكميات يعبر عن الحل الأمثل وذلك من خلال إعادة نفس الخطوات السابقة، فإذا ظهرت في النهاية قيم التغير في الكلفة كلها موجبة فإن الحل هو الأمثل، وبعكسه يتم الاستمرار بعملية الحل لغاية اختفاء القيمة السالبة من التغير في الكلفة.

إن الشكل الذي يعبر عن تطبيق الطرق المختلفة لإيجاد الحل الممكن والأفضل والأمثل هو كما يلي:



٥.٤. حالات تطبيقية مختلفة:

ان توضيح فكرة استخدام أو تطبيق الطرق السابقة من أجل الحصول على الأنواع المختلفة من الحلول:

- **الحل الممكنFeasible Solution**
- **الحل الأفضل Best Solution**
- **الحل الأمثل Optimal Solution**

يتطلب ذلك تهيئة البيانات المستمدة من واقع الحال والتي تتعلق بتسويق البضائع والسلع من مراكز التوزيع إلى مراكز الاستلام أو الاستهلاك . وسوف يتم توزيع هذه البيانات التطبيقية ثلاث حالات تطبيقية من مشاكل النقل وهي:

أولاً: مشاكل النقل المغلق.

ثانياً: مشاكل النقل المفتوح.

ثالثاً: مشاكل النقل متعدد المراحل.

وسوف يتم استعراض ذلك في الفقرات التي سوف ترد أدناه.

١.٥.٤. مشاكل النقل المغلق Closed Transportation

يقصد بهذا النوع من أنواع مشاكل النقل هو إن مجموع الكميات المعروضة في مراكز التوزيع أو التسويق مساوية إلى مجموع الكميات المطلوبة أو المستهلكة في مراكز الاستلام أو الاستهلاك. ويمكن أن يحدث ذلك حتى لو كان عدد مراكز التوزيع لا يساوي عدد مراكز الاستلام. ومن أجل المقارنة بين النتائج النهائية وبيان الفروقات بين كل من قيمة الحل الممكن والحل الأفضل والحل الأمثل سوف يتم استخدام بيانات مشكلة واحدة لهذا الغرض. وفيما يلي منطوق أحد هذه المشاكل:

المواقع / المخازن	Safeway موقع / الزرقا	Safeway موقع/ شميسا	Safeway موقع/ جبيها	Safeway موقع/ أربد	الكميات المعروضةai
المخزن رقم (١	2	5	3	1	a1 = 90

	X11	X12	X13	X14	
المخزن رقم (٢	3 X21	1 X22	2 X23	4 X24	a2 = 80
المخزن رقم (٣	4 X31	2 X32	1 X33	5 X34	a3 = 70
الكميات المطلوبة bj	b1 = 40	b2 = 50	b3 = 110	b4 = 40	240 240

مثال رقم (١):

إحدى منظمات الأعمال التجارية لديها ثلاث مخازن تمارس نشاطها التجاري في مواقع جغرافية مختلفة من مدينة عمان تعاقدت هذه المنظمة التجارية على تسويق أنواع مختلفة من البضائع إلى أربعة مواقع لشركة السيفوي (Safeway) وذلك في كل من (الزرقاء، الشميساني، جبيهة، أربد) وقد علمت إن تكاليف النقل من هذه المخازن الثلاث إلى مواقع شركة السيفوي المذكورة أعلاه، وكميات هذه البضائع موضحة كما في الجدول رقم (4-2) التالي:

جدول رقم (4-2) بيانات المشكلة التسويقية

المطلب (١) أكتب النموذج الرياضي.

(٢) أوجد الحل الممكن والأفضل والأمثل وفق الطرق المشار إليها سابقاً.

الحل: يتم الحل وفق الخطوات التالية:

أولاً: كتابة النموذج الرياضي للمشكلة في ضوء البيانات الواردة في الجدول أعلاه.

١. قيود مراكز التوزيع:

X11 + X12 + X13 + X14 = 90 قيد المخزن رقم (1)

X21 + X22 +X23 + X24 = 80قيد المخزن رقم (2)

X31 + X32 +X33 + X34 = 70 قيد المخزن رقم (3)

٢. قيود مراكز الاستلام:

X11 + X21 + X31 = 40 قيد موقع الزرقاء

X12 + X22 + X32 = 50 قيد موقع شميسان

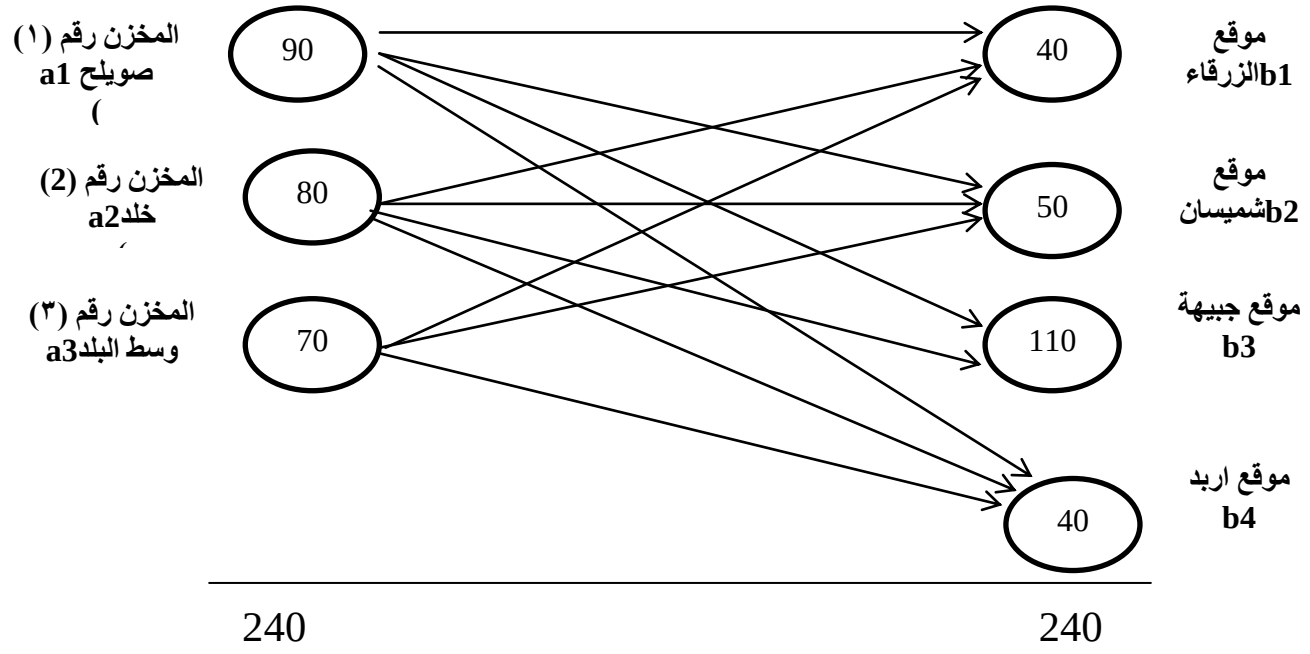
X13 + X23 + X33 = 110 قيد موقع جبيهة

X23 + X24 + X34 = 40 قيد موقع أربد

٣. دالة الهدف:

Z=2X11+5X12+3X13+X14+3X21+X22+2X23+4X24+4X31+2X32+X33+5X34 →Min

أن الشكل البياني الذي يعبر عن هذه المشكلة والذي يوضح مسارات النقل التي يتم من خلالها تسويق البضائع هو كما يلي:



$$\sum_{j=1}^{n} bj = \sum_{i-1}^{m} ai$$

أولاً: طريقة الركن الشمالي الغربي

Solve Problem Using North-West Corner

من أجل البدء بتطبيق هذه الطريقة، يتطلب الأمر إعادة رسم الجدول السابق وذلك كما يلي:

بداية تطبيق الركن الشمالي

المواقع / المخازن	afeway موقع / الزر	Safeway موقع/ شميسا	afeway موقع/ جبي	afeway موقع/ أر	الكميات المعروضة
المخزن رقم صويلح	2 X11	5	3	1	a1 = 9
المخزن رقم خلدا	3	1	2	4	a2 = 8
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	5	a3 = 7
الكميات المطلوبة j	b1 = 40	b2 = 50	3 = 110	4 = 40	240 240

تبدأ عملية الحل باستخدام العلاقة الرياضية التالية:

$$Xij = Min\ (ai,bj)$$

إن بداية الحل تكون من المخزن رقم (١) في صويلح، وبالتحديد من المربع الواقع في الركن الشمالي الغربي (X11) وذلك كما يلي:

١. المخزن رقم (١):

$X11 = Min\ (a1,b1)$

$X11 = Min\ (90,40)$

$X11 = 40$

$X13 = Min\ (a1,b3)$

$X13 = Min\ (0,110)$

$X13 = 0$

X14 = Min (a1,b4) X12= Min (a1,b2)

X14 = Min (0,40) X12 = Min (50,50)

X14 = 0 X112 = 50

جدول رقم(4-4) تطبيق طريقة الركن الشمالي الغربي

المواقع / ال	Safeway موقع / الزر	Safeway موقع/ شميسا	Safeway موقع/ جبيهة	Safeway موقع/ أربد	الكميات المعروضة
المخزن رقم صويلح	2	5	3	1	a1 = 9
المخزن رقم خلدا	3	1	2	4	a2 = 8
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	5	a3 = 7
الكميات المطلوبة j	b1 = 40	2 = 50/0	= 110/30/0	b4 = 40/0	240

٢. المخزن رقم (٢) **٣. المخزن رقم(٣)**

X31 = Min (a3,b1) X21 = Min (a2,b1)

X31 = Min (70,0) X21 = Min (80,0)

X31 = 0 X21 = 0

X32 = Min (a3,b2) X22 = Min (a2,b2)

X32 = Min (70,0) X22 = Min (80,40)

X32 = 0 X22 = 0

X33 = Min (a31,b3) X23 = Min (a2,b3)

X33 = Min (70,30) X23 = Min (80,110)

X33 = 30 X23 = 80

X34 = Min (a3,b4) X24 = Min (a2,b4)

X34 = Min (40,40) X24 = Min (0,40)

X34 = 40 X24 = 0

وعلى أساس ما تقدم من عمليات تسويق للبضائع من المخازن الثلاث إلى مواقع السيفوي Safewayيتم حساب التكاليف الكلية لعملية التسويق هذه وذلك كما يلي:

Z= 2X40+5X50+2X80+1X30+5X40 → Min

Z = 80+250+160+30+200= 770 دينار

تكاليف النقل الكلية لعملية تسويق البضائع من المخازن إلى مواقع السيفوي Safeway

ثانياً: الحل بطريقة العنصر الأقل كلفة

Solve Problem Using Least Cost Method

لتوضيح فكرة هذه الطريقة ولغرض المقارنة مع نتائج الطريقة السابقة، يتم العمل على اساس نفس الجدول السابق، وذلك كما يلي:

المواقع / ال	Safeway الزرقاء	Safeway شميساني	Safeway جبيهة	Safeway أربد	ai
المخزن رقم صويلح	2	5	3	1	90
المخزن رقم خلدا	3	1	2	4	80
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	5	70
bj	40	50	110	40	240

من الجدول رقم (4-5) السابق يتضح إن مصفوفة التكاليف هي كما يلي:

$$Cij = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} C11 & C12 & C13 & C14 \\ C21 & C22 & C23 & C24 \\ C31 & C32 & C33 & C34 \end{bmatrix}$$

من المصفوفة السابقة يتضح إن هناك ثلاثة قيم هي الأقل كلفة، وهذه القيم هي (C14=1, C22=1, C33=1) والقاعدة هي اختيار ذلك العنصر الأقل كلفة الذي يمكن المنظمة التجارية من تسويق أكبر كمية بأقل قيمة، حيث لدينا ما يلي:

X14 = Min (90,40)

X14 = 40

X22 = Min (80,50)

X22 = 50

X33 = Min (70,110)

X33 = 70

مما تقدم يتضح إن الاختيار سوف يقع على الخلية التي من خلالها سوف يتم تسويق (70) وحدة بنفس الكلفة (1) دينار، لذلك فإن الحل سوف يكون كما يلي:

$\therefore C33 = 1$

$\therefore X33 = Minn(ai, bj)$

X33 = Min (70,110)

X33 = 70

الجدول رقم (4-6) مراحل عمليات الحل وفق طريقة العنصر الأقل كلفة.

المواقع / ال	Safeway الزرقاء	Safeway شميساني	Safeway جبيهة	Safeway أربد	ai
المخزن رقم صويلح	40		10	40	90/50/10/0
المخزن رقم خلدا		50	30		80/30/0
المخزن رقم					70/0

			70		وسط البلد
240	40/0	110/70/0	50/0	40/0	bj

الخطوة التالية هو العودة إلى الخلية التي فيها C22=1 وتتم عملية التسويق من خلالها على النحو التالي:

C22=1

X22 = Min (a2,b2)

X22 = Min (80,50)

X22 = 50

ويتم أيضاً العودة إلى الخلية التي فيها C14 = 1 وتتم عملية التسويق من خلالها على النحو التالي:

C14=1

X14= Min (a1,b4)

X14= Min (90,40)

X14= 40

الكلف الأدنى الباقية هي (2) وموجودة في مكانين، وذلك في كل من C11=2 ,2= C23 حيث إن:

C23=2 C11=2

X23= Min (30,40) X11= Min (50,40)

X23= 30 X11= 40

∴ الإختيار يقع على C11=2 وذلك لكون من خلال هذه الخلية يتم التسويق أكبر كمية C23 =2 ، لذلك يتم وضع في الجدول السابق رقم (4-6).

بعد ذلك يتم الإنتقال إلى الخلية الأخرى التي فيها C23=2، حيث تكون مقدار الكمية المسوقة من خلال هذه الخلية هو 30.

وأخيراً بقيت لدينا خلية واحدة غير مستغلة، وإن مقدار الكمية التي سوف يتم تسويقها هي كما يلي:

X13= Min (a1,b3)

X13= Min (10,10)

X13= 10

وبعد أن تمت عملية تسويق كافة البضائع الموجودة في مخازن المنظمة التجارية وذلك إلى مواقع السيفوي، يتم بعد ذلك حساب التكاليف الكلية لهذه العمليات التسويقية وذلك كما يلي:

Z = 2X40+3X10+1X40+1X50+2X30+1X70 →Min

Z = 330 التكاليف الكلية

وهذا يعني أن هناك تخفيض في تكاليف النقل قد حصلت بالقياس إلى الطريقة السابقة (الركن الشمالي الغربي) مقدار هذا التخفيض هو:

+ 770
- 330

مقدار التخفيض 440

ثالثاً: طريقةفوجلVogel's Approximation

إن هذه الطريقة تتفق من حيث النتيجة مع طريقة العنصر الأقل كلفة. ومن أجل بيان فكرة تطبيق هذه الطريقة ومقارنتها مع الطريقة السابقة نعتمد نفس البيانات في المثال السابق، وذلك كما يلي:

جدول رقم (4-7) بيانات المشكلة

خازن	Safeway الزرقاء	Safeway شميساني	Safeway جبيهة	Safeway أربد	ai
المخزن رقم صويلح	2	5	3	1	90
المخزن رقم	3	1	2	4	80

خلدا					
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	5	70
bj	40	50	110	40	240

المطلوب : تحديد الكميات الواجب نقلها من المخازن الثلاث إلى موقع شركة السيفوي بحيث تكون التكاليف الكلية أقل ما يمكن.

الحل: يتم حل هذه المشكلة وفق خطوات متسلسلة وفقاً لما يلي:

أولاً: يتم حساب الفرق بين أقل كلفتين في كل من الصفوف والأعمدة:

(1) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الصفوف.

الصف رقم (1) 2-1⇦ = 1

الصف رقم (2) 2-1⇦ = 1

الصف رقم (3) 2-1⇦ = 1

(2) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الأعمدة

العمود رقم (1) 32-⇦= 1

العمود رقم (2) 21-⇦= 1

العمود رقم (3) 21-⇦= 1

العمود رقم (4) 41-⇦= 3

ثانياً: يتم تحديد أكبر الفروقات وبيان هل هو موجود في الصفوف أم في الأعمدة، ومن الحسابات السابقة يتضح أن الفرق الأكبر موجود في العمود رقم (4) وعليه فإن عملية النقل والتسويق سوف تتم في العمود الأول.

ثالثاً: بعد أن يتم تحديد موقع عملية النقل والتسويق في العمود رقم (4) نبدأ بعد ذلك بالبحث عن أقل كلفة للنقل، ومن الجدول السابق يتضح إن (C14=1) هو أقل كلفة، لذلك إن عملية النقل والتسويق سوف يتم في الخلية التي تحمل الرمز X31.

رابعاً: يتم تطبيق العلاقات الرياضية

X14= Min (a1,b4)

X14= Min (90,40)

X14= 40

خامساً: يعاد تنظيم جدول النقل بعد أن يحذف العمود الذي يمثل موقع شركة السيفوي في أربد الذي أستوفى حاجته من البضائع، ويصبح الجدول كما يلي:

المواقع / المخازن	Safeway الزرقاء	Safeway شميساني	Safeway جبيهة	ai
المخزن رقم صويلح	2	5	3	50
المخزن رقم خلدا	3	1	2	80
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	70
bj	40	50	110	200

تعاد الخطوات السابقة وذلك كما يلي:

أولاً: حساب الفرق بين أقل كلفتين في كل من الصفوف والأعمدة:

1) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الصفوف.

الصف رقم (1) 3−2⇦ = 1

الصف رقم (2) 2−1⇦ = 1

الصف رقم (3) 2−1⇦ = 1

(2) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الأعمدة

العمود رقم (1) 32−⇦= 1

العمود رقم (2) 21−⇦= 1

العمود رقم (3) 21−⇦= 1

ثانياً: يتم تحديد أكبر الفروقات، وبيان هل هو موجود في الصفوف أم في الأعمدة، ومن الحسابات السابقة يتضح إن الفروقات جميعها متساوية، فإن في هذه الحالة الأمر متروك لنا من أجل تحديد أقل كلفة في كل من الأعمدة أو الصفوف ونفرض أي عملية النقل تتم في الصف الثاني وبالتحديد الكلفة (C22=1) لذلك فإن عملية النقل أو التسويق سوف تتم في الخلية التي تحمل الرمز X22.

ثالثاً: يتم تطبيق العلاقات الرياضية

X22= Min (a1,b4)

X22= Min (80,50)

X22= 50

رابعاً: يعاد تنظيم جدول النقل بعد أن يتم يحذف العمود رقم (2) الذي يمثل موقع شركة السيفوي في شميسانيبإعتباره قد استوفى حاجته من البضاعة، ويصبح شكل الجدول كما يلي:

المواقع / ال	Safeway الزرقاء	Safeway جبيهة	ai
المخزن رقم صويلح	2	3	50
المخزن رقم خلدا	3	2	30
المخزن رقم وسط البلد	4	1	70
bj	40	110	150

تعاد نفس الخطوات السابقة وكما يلي:

أولاً: حساب الفرق بين أقل كلفتين في كل من الصفوف والأعمدة:

1) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الصفوف.

الصف رقم (1) 3-2⇦ = 1

الصف رقم (2) 3-2⇦ = 1

الصف رقم (3) 4-1⇦ = 3

(2) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الأعمدة

العمود رقم (1) 42 -⇦- = 2

العمود رقم (2) 21-⇦- = 1

ثانياً: تحديد أكبر الفروقات، وهو من الحسابات السابقة يتضح أنه موجود في الصف رقم(3). وفي هذا الصف يتم تحديد أقل كلفة، حيث يتضح من الجدول السابق إن (c32=1) هي أقل الكلف، لذلك فإن عملية النقل والتسويق تتم في الخلية X32.

ثالثاً: يتم تطبيق العلاقات الرياضية

X32= Min (a1,b4)

X32= Min (70,110)

X32= 70

يعاد تنظيم الجدول كما يلي:

المواقع / ال	Safeway الزرقاء	Safeway جبيهة	ai
المخزن رقم صويلح	2	3	50
المخزن رقم خلدا	3	1	30
bj	40	40	80

تعاد نفس الخطوات السابقة كما يلي:

1) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الصفوف.

الصف رقم (1) 3-2⇦ = 1

الصف رقم (2) 3-1⇦ = 2

(2) حساب الفرق بين أقل كلفتين في الأعمدة

العمود رقم (1) 32-⇦= 1

العمود رقم (2) 31-⇦= 2

∴ عملية النقل والتسويق في الصف الثاني أو العمود الثاني، حيث نجد إن أقل كلفة هي (C22=1) وعليه فإن عملية النقل والتسويق سوف تتم في الخلية X22، وكما يلي:

X22= Min (a1,b4)

X22= Min (30,40)

X22= 30

وبعد ذلك نجد إن عملية التوزيع سوف تتم حتماً على النحو التالي:

X11=40

X12=10

وبذلك يصبح شكل وصيغة النقل والتسويق في الجدول أعلاه كما يلي

المواقع / ال	Safeway الزرقاء	Safeway جبيهة	ai
المخزن رقم صويلح	2	3	50/40/0
المخزن رقم خلدا	3	1	30/0

bj	0	40/10/0	80

وفي نهاية المطاف يتم نقل محتويات الجداول الفرعية السابقة إلى الجدول الرئيسي، حيث تكون فيه عملية النقل والتسويق متكاملة وكما يلي:

المواقع / ال	Safeway الزرقاء	Safeway شميساني	Safeway جبيهة	Safeway أربد	ai
المخزن رقم صويلح	2	5	3	1	90
المخزن رقم خلدا	3	1	2	4	80
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	5	70
bj	40	50	110	40	240

يتم حساب دالة الهدف كما يلي:

$Z = 2X40+3X10+1X40+1X50+2X30+1X70 \Rightarrow Min$

$Z = 80+30+40+50+60+70 = 330$ دينار

إن هذا المقدار (330) يمثل التكاليف الكلية لعملية نقل البضائع من المخازن التجارية إلى مواقع السيفوي، وهي نفس النتيجة التي تم الحصول عليها باستخدام طريقة العنصر الأقل كلفة.

رابعاً: طريقة المسار المتعرج Stepping Stone Mehtod

إن تطبيق هذه الطريقة يتم على أساس آخر جدول تم التوصل إليه بموجب طريقة العنصر الأقل كلفة أو طريقة فوجل، حيث بموجب هذه الطرق تم الحصول على الحل الأفضل، والمطلوب هو إيجاد الحل الأمثل، وهذا يتم الحصول عليه بموجب طريقة المسار المتعرج. لذلك نبدأ أولاً بعرض آخر جدول تم التوصل إليه حسب طريقة فوجل، وذلك كما يلي:

جدول رقم (4-8) الجدول الأخير عند تطبيق طريقة فوجل

المواقع / ال	Safeway الزرقاء	Safeway شميساني	Safeway جبيهة	Safeway أربد	ai
المخزن رقم صويلح	2	5	3	1	90
المخزن رقم خلدا	3	1	2	4	80
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	5	70
bj	40	50	110	40	240

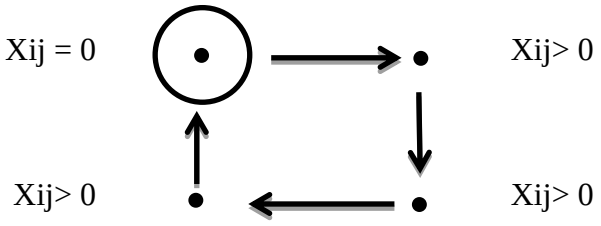
من الجدول السابق يتضح إن بعض القيم فيه (Xij) هي متغيرات اساسية والأخرى غير اساسية. ويتم الحل وفق الخطوات التالية:

أولاً: يتم تقسيم المتغيرات في الجدول رقم (4-8) إلى متغيرات اساسية وغير اساسية كما يلي:

Non-Basic Variables Xij = 0 Basic Variables Xij > 0

المتغيرات غير الأساسية	المتغيرات الاساسية
X11	**X12**
X13	**X12**
X14	**X23**
X22	**X31**
X23	**X32**
X33	**X43**

وبعد أن تم تجزئة المتغيرات إلى أساسية وغير أساسية، فإن الخطوة التالية، وهي رسم مسارات مغلقة غير أساسية، وذلك كما يلي:



وتكون المسارات المغلقة في ضوء الجدول رقم ( ):

X12 X12 →X13 → X23 → X22 → X12

X21 X21 →X23 → X13 → X11 → X21

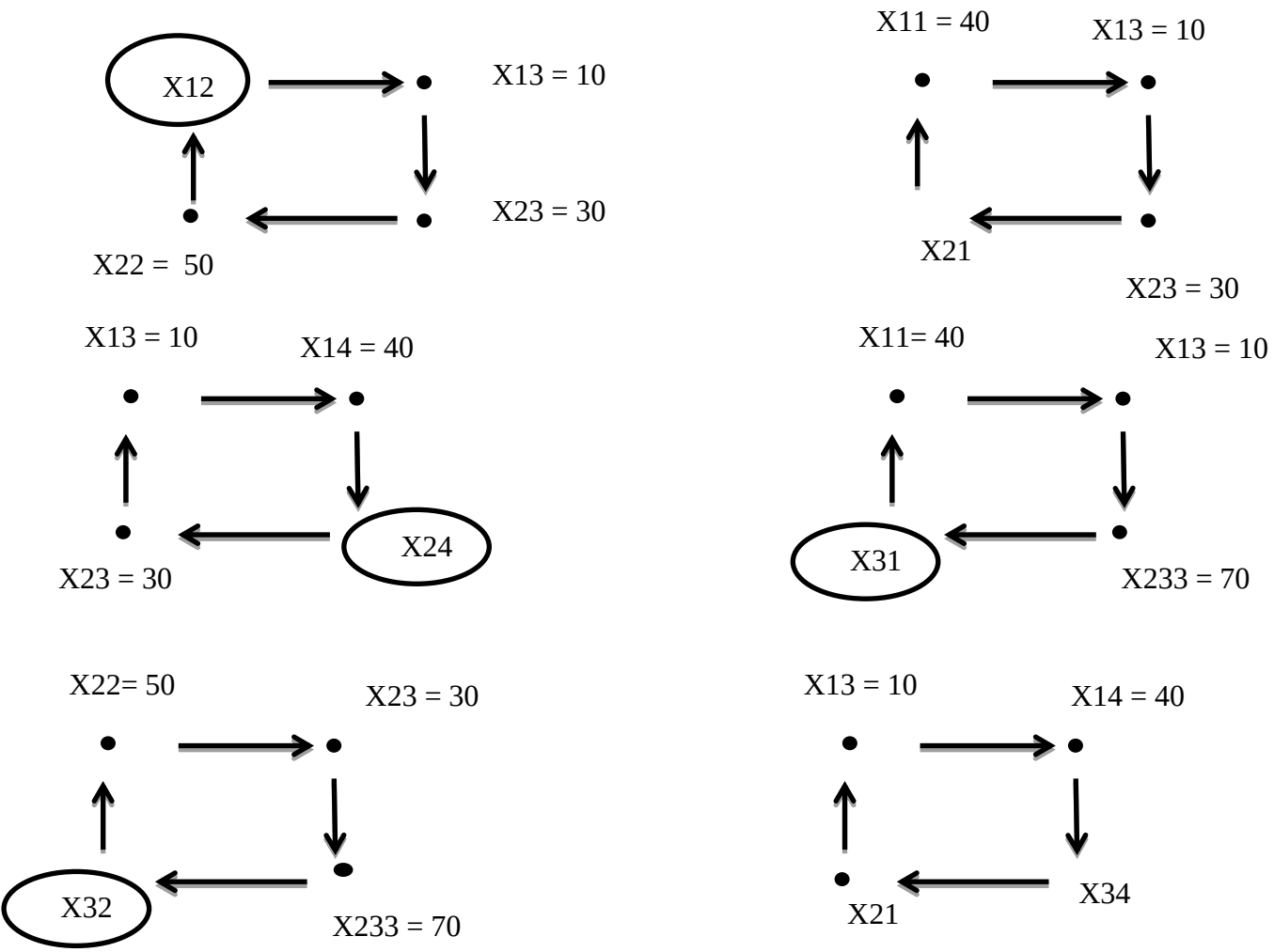
X24 X24→X14→ X13 → X23 → X24

X31 X31 →X33→ X13 → X11 → X31

X32 X32 →X33 → X23 → X22 → X32

X34 X34 →X14→ X13 → X33 → X34

ويمكن توضيح الشكل البياني لكل واحد من المسارات أعلاه كما في الشكل رقم (4-3).



شكل رقم (4–3) مسارات النقل والتي تعبر عن كل واحد من المتغيرات غير الأساسية Xij

جدول رقم (4–9) تقسيم المتغيرات الذي بموجبه تم تنفيذ المسارات المغلقة

المواقع	Safeway الزرقاء	Safeway شميساني	Safeway جبيهة	Safeway أربد	ai

ال					
المخزن رقم صويلح	2	5	3	1	90
المخزن رقم خلدا	3	1	2	4	80
المخزن رقم وسط البلد	4	2	1	5	70
bj	40	50	110	40	240

وفي ضؤ المسارات المغلقة لكل واحد من المتغيرات الغير الأساسية يتم حساب التغير في الكلفة لكل واحد من هذه المسارات، من خلال عملية إضافية وطرح بشكل متسلسل ومنظم على التوالي علماً بإن:

⇦Cijكلفة المسار الاعتيادية.

⇦Ćijكلفة المسار المعدله.

X12 C12 ⇨C12 – C13 + C23 – C22 = 3

X12 C12 ⇨C12 – C13 + C23 – C22 = 2

X24 C24 ⇨C24 – C14 + C13 – C23 = 4

X31 C31⇨C31 – C33 + C13 – C11 = 4

X32 C32⇨C32 – C33 + C23 – C22 = 2

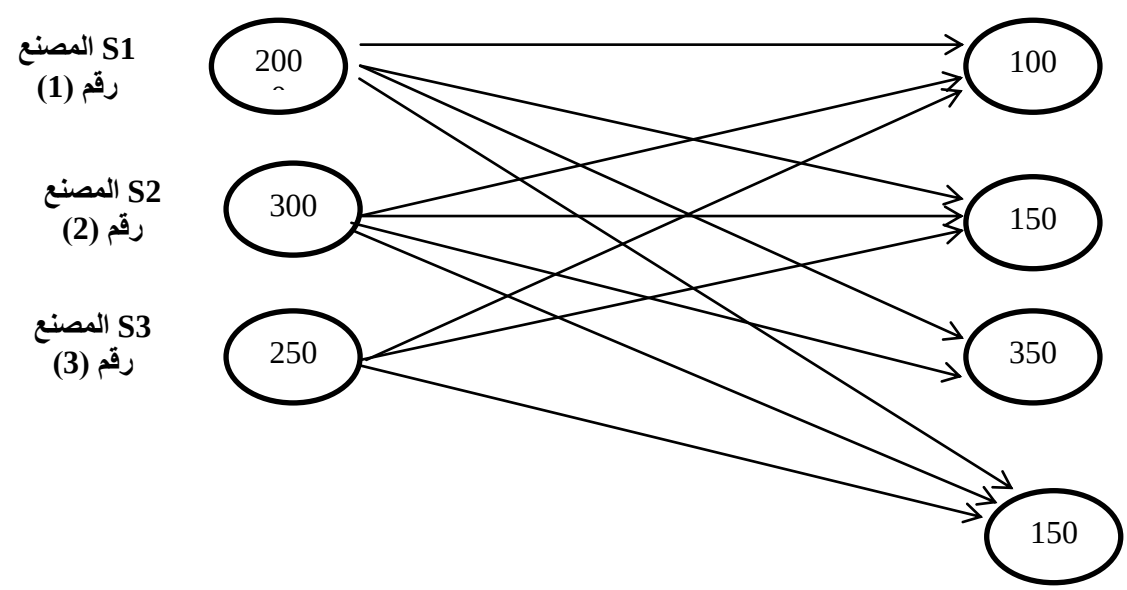
X34 C34⇨C34 – C14 + C13 – C33 = 6

طالما إن كل قيم التغير في الكلفة Cij موجبة، فإن هذا يعني أن الحل الذي تم التوصل إليه Z=330 هو الحل الأمثل.

مثال رقم (2):

مطلوب نقل كميات من المنتجات الجاهزة من الألبسة الرجالية والولادية وغير ذلك من ثلاثة مصانع (ترتبط بالشركة العامة للألبسة الجاهزة) وذلك إلى أربعة أسواق لبيعها على المواطنين بشكل مباشر، المخطط الشبكي التالي يوضح مسارات التسويق والنقل مع تكاليف كل مسار من المصنع إلى السوق مع الكميات المتوفرة من هذه الألبسة لدى كل واحد من المصانع الثلاث، وكميات الألبسة المطلوبة من كل واحد من الأسواق:

الأسواق (مراكز الاستلام) **المصانع (مراكز التوزيع)**



التكاليف الكلية لعملية النقل للبضائع من مصانع الشركة المورة إلى الأسواق الأربعة.

الحل: من أجل البدء بعملية الحل وإيجاد الحل الممكن، فإن في هذه الحالة يتم تطبيق طريقة الركن الشمالي الغربي، وفي هذه الحالة من المفروض أن يتم تصميم الجدول التالي:

الأسواق / المـ	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	5	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300

المصنع رقم (3)	4	2	1	5	250
bj	100	150	350	150	750

يتم تطبيق الطريقة المذكورة من الخلية التي تحمل لرمز X11 الموجودة ضمن مسارات التسويق للمصنع رقم (1)، والاعتماد على العلاقة الرياضية [Xij = Min (ai, bj)] حيث تتم عملية التوزيع وفق الخطوات الرياضية التالية.

المصنع رقم (1):

X11= Min (ai,bj)

X11= Min (200,100)

X11= 100

X12= Min (ai,bj)

X12= Min (100,150)

X12= 100

X13= Min (ai,bj)

X13= Min (0,350)

X13= 0

X14= Min (ai,bj)

X14= Min (0,150)

X14= 0

الأسواق / المـ	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	5	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع	4	2	1	5	250

					رقم (3)
750	150	350	150	100	bj

المصنع (2) **المصنع (3)**

X21= Min (ai,bj)

X21= Min (300,0)

X21= 0

X31= Min (ai,bj)

X31= Min (250,0)

X31= 0

X22= Min (ai,bj)

X22= Min (300,50)

X22= 50

X32= Min (ai,bj)

X32= Min (250,0)

X32= 0

X23= Min (ai,bj)

X23= Min (250,350)

X23= 250

X33= Min (ai,bj)

X33= Min (250,100)

X33= 100

X24= Min (ai,bj)

X24= Min (0,150)

X24= 0

X34= Min (ai,bj)

X34= Min (250,150)

X34= 150

استناداً إلى التوزيع الوارد في الجدول رقم (4-10) السابق يتم حساب قيمة دالة الهدف كما يلي:

$Z = 2X100+1X100+2X50+6X50+6X250+2X100+7X150 \rightarrow Min$

Z = 200+100+100+150+200+1050 = 3150 دينار

التكاليف الكلية لعملية نقل وتسويق البضائع من المصانع الثلاث إلى الأسواق الأربعة.

إن هذا الحل يعبر عن الحل الممكن، ويتم تحسين هذا الحل باستخدام أحد الطرق المعروفة في إيجاد الحل الأفضل، وهي أما طريقة العنصر الأقل كلفة أو طريقة فوجل ولو فرضنا إنه تم استخدام طريقة الأقل كلفة، فإن الحل وفق هذه الطريقة يتطلب العودة إلى جدول النقل الأصلي وكما يلي:

جدول رقم (4-11) بيانات المشكلة الأصلية

الأسواق / الم	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

من الجدول رقم (4-11) السابق يتضح أن أل كلفة موجودة في الخلية X24 والخلية X12، ويمكن إن نختار أحداهما ولتكن الخلية الأولى وهي X24 التي فيها C24 = 1 وتتم العمليات الحسابية للتسويق والنقل على أساس الجدول التالي:

جدول رقم (4-12) الحل وفق طريقة العنصر الأقل كلفة

الأسواق / الم	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai

المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

C33 = 2 الكلفة الأقل هي: C24 = 1

∴ X33= Min (ai,bj) X24= Min (ai,bj)

X33= Min (250,150) X24= Min (300,150)

X33= 250 X24= 150

ويتم بعد ذلك البحث عن الكلفة الأقل

الكلفة الأقل هي : C11 = 2

فيما تبقى من خلايا النقل، حيث نجد إن الكلفة الأقل هي: C12 = 1

∴ X11= Min (ai,bj) X12= Min (ai,bj)

X11= Min (50,100) X12= Min (200,150)

X11= 50 X12= 150

C21 = 5

∴ X21= Min (ai,bj)

X21= Min (150,50)

X21= 50

وأخيراً الكلفة الأقل هي: C23 – 6

∴ X23= Min (ai,bj)

X23= Min (100,100)

X23= 100

∴ قيمة دالة الهدف تحسب كما يلي:

Z = 2X50 + 1X150 + 5X50 + 6X100 + 1X150 + 2X250 → Min

Z = 100+150+250+600+150+500 = 1750 دينار

التكاليف الكلية لنقل وتسويق البضائع من المصانع الثلاث إلى الأسواق الأربعة.

الخطوة التالية هي تحسين هذه النتيجة والتي عن الحل الأمثل من خلال تطبيق الطرق التالية:

– طريقة المسار المتعرج Stepping Stone Method

– طريقة المضاعفات Multipliers Method

وفي البداية يتم تطبيق الطريقة الأولى وهي طريقة المسار المتعرج. حيث يتم الاعتماد على آخر جدول تم التوصل إليه بموجب طريقة العنصر الأقل كلفة (أو طريقة فوجل) وذلك كما يلي:

الأسواق / المـ	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300

المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

الخطوة الأولى: هي تقسيم المتغيرات الواردة في الجدول أعلاه إلى متغيرات أساسية (Xij > 0) ومتغيرات غير أساسية (Xij = 0) وذلك كما يلي:

المتغيرات غير الأساسية (Xij = 0) **المتغيرات الاساسية**(Xij > 0)

X23 **X11**

X14 **X12**

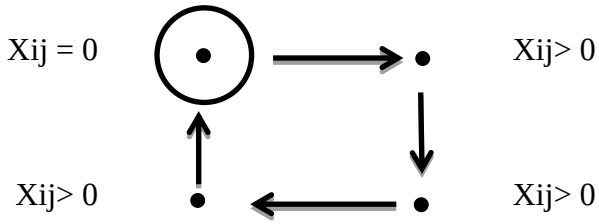
X22 **X21**

X31 **X23**

X32 **X24**

X34 **X33**

الخطوة التالية يتم تنظيم مسارات مغلقة للمتغيرات غير الأساسية بحيث تكون نقطة البداية والنهاية هي المتغير غير الأساس والزوايا الأخرى هي متغيرات اساسية، كما هو واضح في المخطط التالي:



إلى المسارات المغلقة يتم تنظيمها بالاعتماد على الجدول رقم (4-13) وإن شكل واتجاه هذه المسارات هو كما يلي:

<u>المتغيرات غير الاساسية</u>

X13 X13 →X23 → X21 → X11 → X13

X14 X14 →X24 → X21 → X11 → X14

X22 X13→X21→ X11 → X12 → X22

X31 X31 →X21→ X23 → X33 → X31

X32 X32 →X12 → X11 → X21 → X23

X34 X34 →X33→ X23 → X24 → X34

وعلى اساس هذه المسارات يتم تنظيم حسابات التغير في الكلفة Cij وذلك في مقابل كل واحدة من المسارات السابقة، وذلك كما يلي:

جدول رقم (4-14) الجدول الذي على اساسه يتم تنظيم مسارات النقل المغلقة.

الأسواق / الم	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

التغير في الكلفة Cij المتغيرات Xij

X13 C13⇨C13 – C23 + C21 – C11 = 0

X14 C14 ⇨C14 – C24+ C21 – C11 = 6

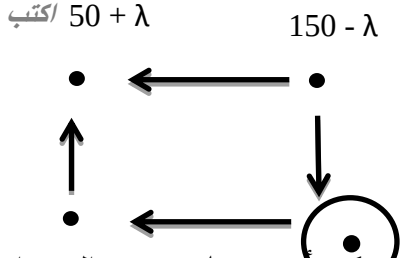
X22 C22 ⇨C22 – C21 + C11 – C12= 2

X31 C31⇨C31 – C21 + C23 – C33 = 3

X32 C32⇨C32 – C12 + C11 – C21– C33 = 3

X34 C34⇨C34 – C33 + C23 – C24 = 10

من الحسابات أعلاه يتضح إن C22 كان قيمة سالبة، وهذا يعني إن المتغير X22 يمكن أن يساهم في تخفيض التكاليف، لذلك يتم إدخاله إلى حالة الأساس. ويتم ذلك بعمل مسار مغلق للمتغير X22 كما يلي:



وإن توضيح حركة المسار في الجدول رقم (4–15) توضح طبيعة المسار الذي يمكن أن يحصل في قيم المتغيرات Xij.

جدول رقم (4–15) تنظيم المسار المغلق للمتغير X22.

الأسواق / المصانع	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	

750					

حيث أن :

$\lambda = Min\ (150,50,50)$

$\lambda = 50$

بعد إجراء عملية التغير في قيمة Xij الناجمة عن إدخال λ $\overline{+}$ تصبح القيم داخل الجدول كما يلي:

جدول رقم (4-16) طريقة التوزيع بعد التعديل لقيم المتغيرات.

الأسواق / الم	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

على أساس الجدول رقم (4–16) السابق يتم حساب قيمة دالة الهدف وذلك كما يلي:

$Z = 2X100 + 1X100 + 2X50 + 6X100 + 1X150 + 2X250 \rightarrow Min$

$Z = 200 + 100 + 100 + 600 + 150 + 500 = 1750$ دينار

التكاليف الكلية لعملية النقل أو التسويق.

وبالمقارنة مع التكاليف الكلية التي تم الحصول عليها عند تطبيق طريقة العنصر الأقل كلفة، نلاحظ عدم التغير في قيمة هذه التكاليف وصولاً نحو الكلفة المثلى. ويكون ذلك من خلال إعادة نفس الخطوات السابقة وبالتحديد من خلال تجزئة المتغيرات الواردة في الجدول رقم (4–16) السابق إلى المتغيرات الأساسية $Xij > 0$ والمتغيرات غير الأساسية $Xij=0$ وذلك كما يلي:

المتغيرات غير الأساسية $(Xij = 0)$	**المتغيرات الاساسية**$(Xij > 0)$
X13	**X11**
X14	**X12**
X21	**X22**
X31	**X23**
X32	**X24**
X34	**X33**

وبعد ذلك يتم رسم المسارات المغلقة للمتغيرات غير الأساسية وذلك:

<u>المتغيرات غير الاساسية Xij =0</u>

X13 $X13 \rightarrow X23 \rightarrow X22 \rightarrow X12 \rightarrow X13$

X14 $X14 \rightarrow X24 \rightarrow X22 \rightarrow X12 \rightarrow X14$

X21 $X21 \rightarrow X11 \rightarrow X12 \rightarrow X22 \rightarrow X12$

X31 X31 →X11→ X12 → X22 → X23 → X33 → X31

X32 X32 →X22 → X23 → X33 → X32

X34 X34 →X33→ X23 → X24 → X34

إن توضيح هذه المسارات المغلقة يتم على الجدول رقم (4-17).

جدول رقم (4-17) البيانات الأساسية لرسم المسارات المغلقة

الأسواق / المصانع	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جرش (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

وعلى أساس المسارات المغلقة السابقة الموضحة في الجدول رقم (4-17) يتم حساب التغير في الكلفة وكما يلي:

التغير في الكلفة Cij المتغيرات الأساسية Xij =0

X13 C13⇨C13 – C23 + C21 – C11 = 2

X14 C14 ⇨C14 – C24+ C22 – C12 = 3

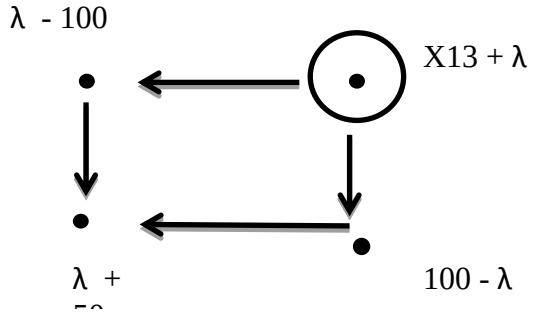
X21 C21 ⇨C21 – C11 + C12 – C22= 2

X31 C31⇨C31 – C11 + C12 – C22 – C33 = 5

X32 C32⇨C32 – C22 + C23 – C33 = 5

X34 C34⇨C34 – C33 + C23 – C24 = 10

من الحسابات أعلاه يتضح إن المتغير X14 يحقق الإنخفاض المطلوب في التكاليف الكلية، حيث ظهرت قيمة التغير في الكلفة سالبة. لذلك يتم تنظيم المسار المغلق لهذا المتغير كما يلي:



إن تنفيذ هذا المسار المغلق على الجدول الخاص بالمشكلة واضح من خلال الجدول رقم (4–18).

جدول رقم (4–18) تنفيذ المسار المغلق للمتغير X13

الأسواق / الـ	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جر (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع	4	3	2	7	250

					رقم (3)
750	150	350	150	100	bj

أن القيم الجديد المنقولة من المصانع إلى الأسواق الأربعة بعد أن تم تنفيذ المسار المغلق للمتغير X13 وذلك كما في الجدول رقم (4–19).

جدول (4–19) القيم الجديدة.

ai	سوق جر (4)	سوق الزرقاء (3)	سوق أربد (2)	سوق عمار (1)	الأسواق / الم
200	4	3	1	2	المصنع رقم (1)
300	1	6	2	5	المصنع رقم (2)
250	7	2	3	4	المصنع رقم (3)
750	150	350	150	100	bj

على أساس الجدول رقم (4–19) السابق يتم حساب التكاليف الكلية للنقل التي تعبر عن دالة الهدف وذلك كما يلي:

$$Z = 2X100 + 1X500 + 3X50 + 2X100 + 6X50 + 1X150 \rightarrow Min$$

$$Z = 200+50+150+200+300 = 1550 \text{ دينار}$$

التكاليف الكلية لنقل البضاعة من المصانع إلى الأسواق.

ويلاحظ أن هذه القيمة أصبحت أقل مما هو عليه في حالة تطبيق طريقة العنصر الأقل كلفة والبالغة 1750. وللتأكد من إن هذه النتيجة تعبر عن الحل الأمثل، فإن من المفروض في هذه الحالة هو إعادة تنظيم المسارات المغلقة وذلك كما هو واضح أدناه.

المتغيرات غير الاساسية Xij =0

X14 X14 →X13 → X23 → X24 → X14

X21 X21 →X22 → X12 → X11 → X21

X31 X31→X11→ X13 → X33 → X31

X32 X32→X33→ X23 → X22 → X32

X34 X34 →X24→ X23 → X33 → X34

إن تنفيذ هذه المسارات على الجدول الذي يمثل قيم الكميات المنقوله من المصانع إلى الأسواق موضحه في جدول رقم (4-20).

جدول (4-20) البيانات الأساسية لتنظيم المسارات

الأسواق / الم	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جر (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300

المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

على ضوء المسارات المغلقة السابقة يتم تنظيم حسابات التغير في الكلفة وذلك كما يلي:

التغير في الكلفة Cij المتغيرات الأساسية Xij =0

X14 C14⇨C14 – C13 + C23 – C24 = 6

X21 C21 ⇨C21 – C22+ C12 – C11 = 1

X31 C31 ⇨C31 – C11 + C13 – C33= 3

X32 C32⇨C32 – C33 + C23 – C22 = 5

X34 C34⇨C34 – C24 + C23 – C33 = 10

مما تقدم يتضح إن جميع قيمة التغير في الكلفة كانت موجبة، وهذا يعني إن الحل الذي تم التوصل إليه (Z = 1550) يمثل الحل الأمثل للمشكلة.

تطبيق طريقة المضاعفات Multipliers Method: إن هذه الطريقة تؤدي إلى الحصول على الحل الأمثل، أي نفس النتيجة عند تطبيق المسار المتعرج ولتوضيح فكرة تطبيق هذه الطريقة وللمقارنة مع الطريقة السابقة سوف نعتمد نفس بيانات المثال رقم (2) وبالتحديد آخر جدول تم التوصل إليه بعد تطبيق طريقة العنصر الأقل كلفة وذلك كما يلي:

جدول رقم (4–21) آخر جدول وفق طريقة العنصر الأقل كلفة.

الأسواق / الم	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جر (4)	ai

المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

تتم عملية الحل على أساس الجدول السابقة وفقاً لخطوات متسلسلة وذلك كما يلي:

أولاً: الكل صف (i) من الصفوف الواردة في جدول النقل يتم وضع مقابل له (Ui) ولكل عمود (j) يتم وضع مقابل له (Vj) لذلك فإن صيغة جدول النقل تصبح على النحو التالي:

جدول رقم (4–22) وضع مقابل Ui و Vj لكل من الصفوف والأعمدة.

j /	(1) V1	(2) V2	(3) V3	(4) V4	ai
(1) U1	2	1	3	4	200
(2) U2	5	2	6	1	300
(3) U3	4	3	2	7	250

bj	100	150	350	150	750

ثانياً: يتم تجزئة المتغيرات الواردة في الجدول رقم (4-22) السابق إلى متغيرات أساسية وغير أساسية.

ثالثاً: لجميع التغيرات الأساسية $Xij > 0$ يتم وضع العلاقة الرياضية التالية $Cij = Ui+Vj$، لذلك سوف نحصل على العلاقات الرياضية التالية:

Basic	Cij = Ui + Vj	
X11	C11 = U1 + V1	u1 + V1 = 2 (1)
X12	C12 = U1 + V2	u1 + V2 = 1 (2)
X21	C21 = U2 + V1	u2 + V1 = 5 (3)
X23	C23 = U2 + V3	u2 + V3 = 6 (4)
X24	C24 = U2 + V4	u2 + V4 = 1 (5)
X33	C33 = U3 + V3	u3 + V3 = 2 (6)

من العلاقات الرياضية السابقة يتضح إن لدينا علاقات يوجد فيها (7) مجاهيل لذلك لا يمكن حل هذه المعادلات بالطريقة الآنية، وذلك لأن عدد المعادلات # عدد المجاهيل، ومن أجل معالجة هذه المعضلة الرياضية يفترض إن تتساوى المجاهيل مع عدد المعادلات وبتحقيق ذلك بافتراض أحد القيم صفراً وليكن ذلك $u1 = 0$، وعليه فإن:

U1 + V3 = 2 ⇨ 0 + V1 = 2 V1 = 2

U1 + V2 = 1 ⇨ 0 + V2 = 1 V2 = 1

U2 + V1 = 5 ⇨ u2 + 2 = 5 u2 = 3

U2 + V3 = 6 ⇨ 3 + u3 = 6 u3 = 3

U2 + V4 = 1 ⇨ 3 + V4 = 1 V4 = −2

U3 + V3 = 2 ⇨ u2 + 3 = 2 u3 = −2

رابعاً: يتم حساب التغير في الكلفة لكل متغير غير اساسي Non−Basic وذلك وفي العلاقة الرياضية التالية:

ĆCij = Cij – Ui – Vj

لذلك سوف يتم الحصول على مايلي:

Non−Basic Ćij = Cij –Ui – Vj

X13 Ć13 = C13 – U1 – V3 ⇨ 3 – 0 − 3 = 0

X14 Ć14 = C14 – U1 – V4 ⇨ 4 – 0 – (−2) = 6

X22 Ć22 = C22 – U2– V2 ⇨ 3 – 3 − 1 = −2

X31 Ć31 = C31 – U3– V1 ⇨ 4 – (−1) − 2 = 3

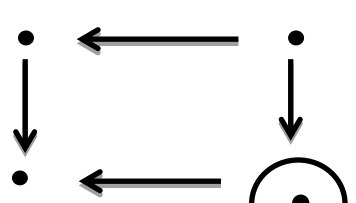
X32 Ć32 = C32 – U3– V2 ⇨ 3 – (−1) − 1 = 3

X34 Ć34 = C34 – U3– V4 ⇨ 3 – (−1) − (−2) = 6

مما تقدم يتضح إن التغير في الكلفة كان سالباً بالنسبة للمتغير الغير اساسي X22، لذلك يعتبر هذا التغير من أكثر المتغيرات غير أساسية مساهمتاً في عملية تخفيض الكلفة، لذلك يعتبر هو المتغير الداخل Entry Variable، ويتم تنظيم المسار المغلق لهذا المتغير X22 وذلك بإضافة وطرح المقدار λ وكما يلي:

λ + 50

150 - λ



حيث إن:

$\lambda = Min\ (150, 50, 50)$

$\lambda = 50$

ويتم تنفيذ هذا التعديل على محتويات الجدول رقم (4–22) السابق وعندها نحصل على القيم الجديدة المطلوبة للكميات كما هو واضح في الجدول رقم (4–23).

جدول رقم (4–23) تنفيذ التعديلات على الكميات المنقولة

الأسواق / الـ	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جر (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

وعلى اساس الجدول السابق يتم حساب قيمة دالة الهدف وذلك كما يلي:

$Z = 2X100 + 1X100 + 2X250 + 6X100 + 1X150 + 2X250 \rightarrow Max$

$Z = 200+100+100+600+150+500 = 1650$ دينار

تكاليف تسويق البضاعة من المصانع إلى الأسواق الأربعة.

نلاحظ مما تقدم إن قيمة ($Z = 1650$) هو أقل مما هو عليه الحال في حالة استخدام طريقة العنصر الأقل كلفة، ومن أجل التحقيق من أن هذا الحل الذي تم التوصل إليه هو الحل الأمثل أم لا، يتم إعادة الحل مرة اخرى من الخطوة الأولى، حيث يتم تجزئة المتغيرات الواردة في الجدول رقم (4–23) الأخيرة إلى متغيرات اساسية وغير اساسية.

وبعد ذلك يتم حساب العلاقة الرياضية $Cij = Ui + Vj$ لكل متغير اساسي وذلك كما يلي:

Basic $Cij = Ui + Vj$

X11	$C11 = U1 + V1$	$U1+V1 = 2$	(1)
X12	$C12 = U1 + V2$	$U1+V2 = 3$	(2)
X22	$C21 = U2 + V2$	$U2+V2 = 2$	(3)
X23	$C23 = U2 + V3$	$U2+V3 = 6$	(4)
X24	$C24 = U2 + V4$	$U2+V4 = 1$	(5)
X33	$C33 = U3 + V3$	$U3+V3 = 2$	(6)

نفرض إن ($U1 = 0$) وعليه فإن:

$0 + U1 = 2 \quad V1 = 2$

$0 + U2 = 3 \quad V2 = 3$

$U2 + 3 = 2 \quad V2 = -1$

$-1 + V3 = 6 \qquad V3 = 7$

$-1 + V4 = 1 \qquad V4 = 2$

$U3 + 7 = 2 \qquad V3 = -5$

وبعد ذلك يتم حساب التغير في الكلفة لكل متغير غير اساسي وذلك وفق العلاقة الرياضية التالية:

$$Ć_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j$$

Non−Basic $Ć_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j$

X13 $Ć13 = C13 - U1 - V3 \Rightarrow 3 - 0 - 7 = -4$

X14 $Ć14 = C14 - U1 - V4 \Rightarrow 4 - 0 - 2 = 2$

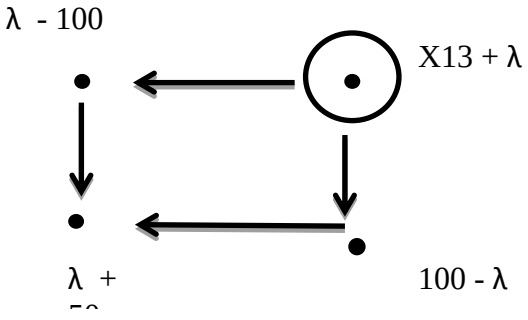
X21 $Ć21 = C21 - U2 - V2 \Rightarrow 5 - (-1) - 2 = 4$

X31 $Ć31 = C31 - U3 - V1 \Rightarrow 4 - (-5) - 2 = 7$

X32 $Ć32 = C32 - U3 - V2 \Rightarrow 3 - (-5) - 1 = 7$

X34 $Ć34 = C34 - U3 - V4 \Rightarrow 7 - (-5) - (-2) = 10$

من الحسابات السابقة يتضح إن القيمة الأولى سالبة، لذلك يتم اعتبار X13 المتغير الداخل ويتم تنظيم المسار المغلق التالي:



حيث أن:

$\lambda = \text{Min}\ (100,50,50)$

$\lambda = 50$

إن حصيلة هذا المتغير تظهر على الجدول رقم (4-24) أدناه.

جدول رقم (4-24) تنفيذ التعديلات على الكميات المنقولة

أسواق / المـ	سوق عمار (1)	سوق أربد (2)	سوق الزرقاء (3)	سوق جر (4)	ai
المصنع رقم (1)	2	1	3	4	200
المصنع رقم (2)	5	2	6	1	300
المصنع رقم (3)	4	3	2	7	250
bj	100	150	350	150	750

على اساس الجدول السابق تحسب قيمة دالة الهدف كما يلي:

$Z = 2X100 + 1X50 + 3X50 + 2X100 + 6X50 + 1X150 + 2X250 \rightarrow Max$

$Z = 200+50+150+200+300+150+500 = 1550$ دينار

التكاليف الكلية لعملية تسويق البضائع من المصانع إلى الأسواق الأربعة.

تعاد نفس الخطوات السابق، وذلك كما يلي:

Basic $Cij = Ui + Vj$

X11 $C11= U1 + V1$ $U1 + V1 = 2$ (1)

X12 $C12= U1 + V2$ $U1 + V2 = 1$ (2)

X13	C13= U1 + V3	U1 + V3 = 3 (3)
X22	C22= U2 + V2	U2 + V2 = 2 (4)
X23	C23= U2 + V3	U2 + V3 = 6 (5)
X24	C24= U2 + V4	U2 + V4 = 1 (6)
X33	C33= U3 + V3	U3 + V3 = 3 (7)

نفرض أن U1 = 0 وعليه فإن:

0 + V1 = 2	∴ V1 = 2
0 + V2 = 1	∴ V2 = 1
0 + V3 = 3	∴ V3 = 3
U2 + 1 = 2	∴ V2 = 1
1 + V4 = 1	∴ V4 = 0
U3 + 3 = 3	∴ V3 = 0

وبعد ذلك يتم حساب التغير في الكلفة Ćij متغير غير أساسي وذلك وفق العلاقة الرياضية التالية:

Ćij = Cij – U1 – Vj

Non-Basic Ćij

X14 Ć14 = C14 – U1 – V4 ⇨ 4 – 0 – 0 = 4

X21 Ć21= C21 – U2 – V1 ⇨ 5 – 1 – 2 = 2

X31 Ć31 = C31 – U3 – V1 ⇨ 4 – 0 – 2 = 2

X32 Ć32 = C32 – U3 – V2 ⇨ 3 – 0 – 1 = 2

X34 Ć34 = C34 − U4 − V4 ⇨ 7 − 0 − 0 = 7

مما تقدم يتضح إن كل قيم التغير في كلفة Ćij للمتغيرات غير الأساسية هي قيم موجبة، لذلك فإن الحل الذي تم التوصل إليه في الجدول رقم (4-24) الأخير هو الحل الأمثل وإن قيمة دالة الهدف Z= 1550 هي أقل كلفة كلية ممكنة لنقل البضائع من المصانع إلى الأسواق. ومن الجدير بالذكر هنا إن هذه النتيجة التي تعبر عن الحل الأمثل وفق طريقة المضاعفات هي نفسها التي تم التوصل إليها عند تطبيق طريقة المسار المتعرج.

٢.٥.٤. مشاكل النقل المفتوح Open Transportation

يقصد بمشاكل النقل المفتوح تلك المشاكل التي تكون فيها كمية البضائع المعروضة أو المعدة للتسويق في مراكز التوزيع أو الإنتاج غير متساوية مع البضائع المطلوبة في مراكز الاستهلاك، وهي يعني أيضا عدم تساوي العرض مع الطلب. يمكن المتغير عن ذلك رياضياً كما يلي:

$$\sum_{i=1}^{m} ai \neq \sum_{j=1}^{n} bj$$

وهذا يعني ذلك:

١. أما أن العرض لا يساوي الطلب، أي أن:

العرض اقل من الطلب

$$\sum_{i=1}^{m} a < \sum_{j=1}^{n} bj$$

أو أن:

العرض أكبر من الطلب

$$\sum_{i=1}^{m} ai > \sum_{j=1}^{n} bj$$

٢. أو أن الطلب لا يساوي العرض، أي أن:

الطلب أقل من العرض

$$\sum_{j=1}^{n} bj < \sum_{i=1}^{m} ai$$

الطلب أكبر من العرض

$$\sum_{j=1}^{n} bj > \sum_{i=1}^{m} ai$$

ويتم معالجة هكذا نوع من المشاكل من خلال أفتراض مركز توزيع أو مركز استلام وهمي توضع فيه الكمية التي تمثل الفرق بين الكمية المعروضة والكمية المطلوبة، ومن الجدير بالذكر هنا هو يمكن إن يكون هناك أكثر من مركز وهمي واحد، وهنا عادة يقع الاختيار على البديل الذي تتحمل المنشأة أو المنظمة عنه أقل التكاليف. كما لابد من الإشارة هنا إن تكاليف النقل ليست هي الاساس في عملية اختيار البديل الأمثل، إذ إن تكاليف الإنتاج أو الاستغلال للموقع الجديد (المركز الوهمي) تلعب دوراً مهم أيضاً في هذه الحالة، حيث تجمع مع التكاليف الكلية لعمليات النقل. الأمثلة التالية توضح هذه الحالات.

مثال رقم(١):

تملك إحدى الشركات المتخصصة بصناعة السمنت ثلاثة مقالع رئيسية لاستخراج الحجر الذي هو المادة الأولية لصناعة الاسمنت. يتم نقل هذه المادة إلى اربعة معامل متنوعة في مناطق جغرافية مختلفة. الطاقة الاستخراجية للمقالع هي كما يلي:

المقلع الأول ⇦ 300 طن

المقلع الثاني ⇦ 200 طن

المقلع الثالث ⇦ 250 طن

أما الطاقة الإنتاجية للمعامل الإنتاجية فهي كما يلي:

المعمل الأول ⇦ 150 طن

المعمل الثاني ⇦ 100 طن

المعمل الثالث ⇦ 200 طن

المعمل الرابع ⇦ 50 طن

إن مصفوفة التكاليف المرتبطة بعملية نقل الحجر من المقالع الثلاث إلى المعامل الأربعة هي كما يلي:

C11=2, C21=1, C13=3, C14=4, C21=6, C22=2, C23=4, C24=5, C31=8, C32=1, C33=7, C34=3

قررت إدارة الشركة فتح مصنع جديد لاستيعاب الطاقة الاستخراجية الفائضة، وقد توفر أثنين من البدائل وهما

A البديل الأول مصنع C15=2, C25= 3, C35=1

B البديل الثاني مصنع C15=4, C25=2, C35=3

المطلوب:

(1) تنظيم البيانات في أطار جدول النقل.

(2) إتخاذ القرار الملائم بخصوص تحديد البديل الأفضل من بين البدائل المتوفرة، وهل من الأفضل اقامة المصنع A ام المصنع B.

إذا علمت أن تكاليف الإنتاج اليومية في المصنع (A) هي (5000) دينار، وإن تكاليف الإنتاج في المصنع B هي 3800 دينار، ما هو القرار الأفضل في هذه الحالة.

الحل: من أجل البدء بعملية الحل، فإن في البداية يتم تنظيم جدول النقل لكي يتم فيه إدخال البيانات المتوفرة، والجدول هو كما يلي:

جدول رقم (4-25) بيانات المشكلة

المعامل / المقا	المعمل (1)	المعمل (2)	المعمل (3)	المعمل (4)	ai
المقلع رقم (1)	2	1	3	4	300

المقلع رقم (2)	6	2	4	5	200
المقلع رقم (3)	8	1	7	3	250
bj	150	100	200	50	500

من الجدول رقم (4–25) السابق يتضح إن مجموع الكميات المعروضة لا يساوي مجموع الكميات المطلوبة، أي إن:

$$\sum_{i=1}^{m} ai \neq \sum_{j=1}^{n} bj$$

ولهذا فإن هذه المشكلة هي من مشاكل النقل المفتوح، إذ أن المطلوب في هذه الحالة هو موازنة المشكلة بحيث تصبح كمية ما هو معروض يساوي ما هو مطلوب، لذلك فإن واقع الحال يكشف عن وجود بديلين، ومن أجل بيات أيهمها الأفضل يتم إدخال كل واحدة منهما في اصل المشكلة ومن ثم تتم عملية الحل أيهما الأفضل يتم إدخال كل واحد منهما في أصل المشكلة ومن ثم تتم عملية الحل، وفيما يلي توضيح لهذه الفكرة.

أولاً: البديل الأول، في البداية يتم إدخال البيانات المتعلقة بهذا الدليل وذلك كما هو وضاح أدنا.

جدول رقم (4–26) بيانات المشكلة مع وجود البديل الأول

المعامل / المع	المعمل (1)	المعمل (2)	المعمل (3)	المعمل (4)	البديل الأول	ai
المقلع رقم (1)	2	1	3	4		300
المقلع رقم (2)	6	2	4	5		200

المقلع رقم (3)	8	1	7	3		250
bj	150	100	200	50	250	500

إن حل هذه المشكلة وفق طريقة العنصر ألأقل كلفة ، يتم على النحو التالي:

إن مصفوفة التكاليف هي :

$$Cij = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 4 & 2 \\ 6 & 2 & 4 & 5 & 3 \\ 8 & 1 & 7 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

في هذه المصفوفة لدينا ثلاث عناصر أقل كلفة وهي (C12 = 1)، (C32 = 1). (C35 = 1)، ومن المفروض اختبار احد هذه العناصر ولذلك وفقاً لما يلي.

C12 العنصر ⇨ {X12 = Min (300,100)

{X12=100

C32 العنصر ⇨ {X32 = Min (300,100)

{X32=100

C35 العنصر ⇨ {X35 = Min (250,250)

{X35=250

مما تقدم يتضح إنه يقع الاختيار على عنصر الكلفة C35 لكون ذلك يرتبط بنقل أكبر كمية وهي (X35 = 250).

جدول رقم (4-27) تنفيذ عمليات النقل.

المعامل / المعمل	المعمل (1)	المعمل (2)	المعمل (3)	المعمل (4)	المعمل الجديد	ai

المقلع رقم (1)	2	1	3	4	2	300
المقلع رقم (2)	6	2	4	5	3	200
المقلع رقم (3)	8	1	7	3	3	250
bj	150	100	200	50	50	750

يتم تنفيذ عملية النقل والتسويق التالية في الخلية X12 وذلك كما يلي:

X12 = Min(a1,b2)

X12 = Min (300,100)

X12 = 100

الخطوة التالية هو إجراء عملية النقل والتسويق في الخلية الأقل كلفة وهي الخلية X11 حيث تكون فيها التكاليف = C11 .2

X11 = Min(a1,b1)

X11 = Min (200,150)

X11 = 150

بعد ذلك الكلفة الأقل هي 3 = C13

X13 = Min (a1,b3)

X13 = Min (50,200)

X13 = 50

الكلفة الأقل التالي هي C23 = 4

X23 = Min (a2,b3)

X23 = Min (200,150)

X23 = 150

وأخيراً لدينا آخر خلية وهي X24

X24 = Min (a2,b4)

X24 = Min (50,50)

X24 = 50

بعد ذلك يتم حساب التكاليف الكلية لعملية النقل كما يلي:

Z = 2X150 + 1X100 + 3X50 + 4X150 + 5X50 + 1X250 →Max.

Z = 300 + 100 + 150 + 300 + 250 + 250 = 1450 دينار

التكاليف الكلية لعملية النقل.

الخطوة التالية يتم تنظيم بيانات المشكلة مع البديل الثاني كما هو واضح في الجدول رقم (4-28).

جدول رقم (4-28) بيانات المشكلة مع وجود البديل الثاني.

المعامل / المقالع	المعمل (1)	المعمل (2)	المعمل (3)	المعمل (4)	البديل الثاني	ai
المقلع	2	1	3	4	4	300

رقم (1)						
المقلع رقم (2)	6	2	4	5	2	200
المقلع رقم (3)	8	1	7	3	3	250
bj	150	100	200	50	250	750

إن حل هذه المشكلة وفق طريقة العنصر الأقل كلفة، يتم على النحو التالي:

إن مصفوفة التكاليف هي:

$$Cij = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 4 \\ 6 & 2 & 4 & 5 & 2 \\ 8 & 1 & 7 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

العنصر الأقل كلفة هو:

$X12 = 100 \quad \Leftarrow \quad C12 = 1$

$X32 = 100 \quad \Leftarrow \quad C32 = 1$

∴ نختار أحدهما وليكون $C12 = 1$

∴ $X12 = 100$

ويتم تنفيذ عملية النقل كما يلي:

جدول رقم (4-29) تنفيذ عملية النقل في ظل البديل الثاني.

المعامل	المعمل (1)	المعمل (2)	المعمل (3)	المعمل (4)	البديل الثاني	ai

المقالع						
المقلع رقم (1)	2	1	3	4	4	300
المقلع رقم (2)	6	2	4	5	2	200
المقلع رقم (3)	8	1	7	3	3	250
bj	150	100	200	50	250	750

الكلفة الأقل هي:

X11 = 150 ⇦ C11 = 2

X25 = 200 ⇦ C25 = 2

∴ يقع الاختيار على الكلفة C25 = 2 والمتغير X25 = 250 ذلك لأن في هذه الحالةيتم نقل أكبر كمية نفس الكلفة.

الخطة التالية هي القيام بعملية النقل ضمن الخلية X11 لإنه أقل كلفة حيث أن X11=150.

الخلية X13 هي التالية في عملية النقل، حيث إن C13 = 3 العنصر الأقل كلفة.

C35 = 3

X35 = Min (a3,b5)

X35 =Min (200,50)

X35 = 50

X13 = Min (a1,b3)

X13 =Min (50,200)

X13 = 50

الخطوة التالية:

C23 = 4

X23 = Min (a2,b3)

X23 =Min (200,150)

X23 = 150

الخطوة التالية: الخطوة الأخيرة تتعلق بالكلفة الأقلC33

C34 = 3

X34 = Min (a3,b4)

X34 =Min (250,50)

X34 = 50

C33 = 7

X33 = Min (a3,b3)

X33 =Min (150,150)

X33 = 150

وبذلك فإن قيمة دالة الهدف هي :

Z = 2X150+1X100+3X50+2X200+7X150+3X50+3X50 →Min.

Z = 300+100+150+400+1050+150+150 = 2300 دينار

التكاليف الكلية لعملية النقل.

وعليه فإن البديل الأول هو الأفضل، وإذا تم إضافة تكاليف الإنتاج فإن:

البديل الأول ⇦ 5000 دينار تكاليف الإنتاج

1450 + دينار تكاليف النقل

البديل الأول ⇦ 5000 دينار تكاليف الإنتاج

	1450 +	دينار تكاليف النقل
	6450	دينار مجموع التكاليف الكلية للإنتاج والنقل
البديل الثاني ⇦	3800	دينار تكاليف الإنتاج
	2300 +	دينار تكاليف النقل
	6100	دينار مجموع التكاليف الكلية للإنتاج والنقل

واستناداً لما تقدم فإن البديل الثاني هو الأفضل إذا تم بنظر الاعتبار تكاليف الإنتاج.

طريقة التخصيص

إن طريقة التخصيص (assignment method)

هي حالة خاصة من مسائل البرمجة الخطية ، حيث يمكن تعريفها بأنها نموذج للبرمجة الخطية ذو أغراض خاصة يستخدم في المسائل التي تستدعي توزيع المهام أو الأعمال المطلوبة على الموارد المتاحة (كالآلات والعمال ومراكز العمل.....)؛ للتوصل إلى الملائمة المثلى بين المهام والموارد ، وطريقة التخصيص الأمثل وتستلزم المشكلات في طريقة التخصيص صنع القرار في ظروف التأكد ، كما أن كلفة أنجاز كل عمل من الأعمال على كل آلة من آلات تكون معلومة ؛ لذا فإن هذه المسألة يمكن عرضها في مصفوفة كلفة (ن×ن) ؛ حيث إن (ن) هي عدد الأعمال والجدول رقم (١٠-٣) يمثل مصفوفة الكلف (٤×٤)

الجدول رقم (١٠-٣) مصفوفة الكلف في مشكلة التخصيص الأرقام بالدينار

الآلات / الأعمال	الآلات			
	ل١	للل٢	ل٣	ل٤
أ	٨	٧	٦	٩
ب	٧	٨	٢	١١
ج	٣	٦	٧	٨
د	٥	٩	١٢	١٤

ومن الجدول السابق نلاحظ أن مسألة التخصيص لها أربعة صفوف وأربعة أعمدة ؛ لهذا فإن عدد التخصيصات الممكنة لكل زوج من عمل _ آلة، وهو مضروب (٤) وهذا يساوي (١×٢×٣×٤=٢٤) ؛ مما يعني في مشكلة صغيرة كهذة أنة بالإمكان تجديد(٢٤) تخصيصاً ممكناً بطريقة تجريبية ، ومن ثم اختيار التخصيص الأمثل (أحياناً يكون أكثر من تخصيص أمثل واحد) الذي يحقق أدنى كلفة (في مسألة الحد الأدنى) أو أعلى ربح(في مسألة الحد الأعلى) ، ولكن الطريقة التجريبية تصبح مرهقة إذا ما زاد عدد التخصيصات الممكنة سيكون (١٠!) أي (٤٠٣٢٠) تخصيصاً ، مما يصبح من غير العملي استخدام مثل هذه الطريقة لتحيد التخصيص الأمثل الذى يمكن التوصل إلية بجهد أقل ووقت أقصر باستخدام طريقة التخصيص .

تستخدم طريق التخصيص في مسألة الحد الأدنى التي تستهدف تحقيق الربح الأعلى أو المزايا الأكبر . ومن أجل استخدام طريقة التخصيص في هذة المسائل ؛ فلإبد من أن تتوفر بعض الشروط هي :

١_ أن عدد الصفوف (الأعمال مثلاً) يجب أن يتساوى مع عدد الأعمدة (الآلات).

٢- أن كل عمل من الأعمال يجب أن يخصص لآلة واحدة فقط (عدم جواز تخصيص أكثر من عمل واحد أو الآلة واحدة على آلتين).

٣- أن كل آلة من الآلات تستطيع القيام بأي عمل من الأعمال

٤- وأخيراً ، أن كلفة القيام بكل عمل من الأعمال على أية آلة من الآلات تكون معروفة وثابتة ، غير أن الشرطين (١)،(٤) يمكن التخلص منهما بتعديلات بسيطة نوردها فيما بعد . ونعرض فيما ياتي لطريقة التخصيص في عدد من المسائل .

١ _ مسألة الحد الأدنى:

إن عدداً كبيراً من المشكلات تدخل ضمن مسائل الحد الأدنى التي يمكن حلها بطريقة التخصيص مثل تخصيص الأعمال للآلات أو العمال أو مراكز العمل ،تخصيص خطط الإنتاج على المصانع المتعددة ، تخصيص الموارد المخزونة على المستودعات ، شحن المواد من المستودعات المتعددة إلى الأماكن المخصصة المتعددة أيضاً وغير ذلك ، ولتوضيح كيفية استخدام طريقة التخصيص ؛ لناخذ مصفوفة الكلفة في الجدول السابق رقم (١٠-٣)، ويمكن حل مثل هذه المشكلات بطريقة التخصيص باتباع الخطوات الأساسية الآتية :

الخطوة الأولى : تحديد اقل رقم من كل صف من صفوف مصفوفة الكلفة ، ومن ثم طرحة من كل رقم موجود في الصف ، والجدول رقم (١٠-٤) يوضح هذه الخطوة.

الجدول رقم (١٠-٤) : احتساب الخطوة الأولى

العمال / الآلات / الأعمال	الآلات				نم في الصف
	ل١	ل٢	ل٣	ل٤	
أ	٢	١	صفر	٣	٦
ب	٥	٦	صفر	٩	٢
ج	صفر	٣	٤	٥	٣
د	صفر	٤	٧	٩	٥

الخطوة الثانية : نكرر الخطوة الأولى بالنسبة للأعمدة ، أي تحديد أقل رقم في كل عمود من أعمدة المصفوفة الجديدة ، ومن ثم طرحه من كل رقم موجود في العمود ، والجدول قم (١٠-٥) يوضح هذه الخطوة .

الجدول رقم (١٠-٥) : احتساب الخطوة الأولى

الآلات / عمال	الآلات			
	ل١	ل٢	ل٣	ل٤
أ	٢	١	صفر	٣
ب	٥	٦	صفر	٩

ج	صفر	٣	٤	٥
د	صفر	٤	٧	٩

أقل رقم في العمود	صفر	١	صفر	٣

الخطوة الثالثة : اختبار الآمثلية ، وذلك بتغطية جميع الأصفار باستخدام العدد الأدنى من خطوط التغطية الأفقية أو الرأسية في الجدول الأخير ، فإذا كان عدد خطوط التغطية مساوياً لعدد الصفوف ؛ فإن التخصيص الأمثل قد تحقق وفي هذه الحالة يتم إكمال الحل بالخطوة السادسة ، أما في حالة عدم تساوى خطوط التغطية مع عدد الصفوف يتم إكمال الحل بالخطوة الرابعة ، ويوضح الجدول رقم (١٠-٦-أ) هذه الخطوة حيث يظهر جلياً أن العدد الأدنى من خطوط التغطية كان ثلاثة خطوط فقط ، أى من عدد الصفوف في المصفوفة (عدد الصفوف ٤) .

أ – تحديد أقل رقم غير مغطى (وهو رقم ٢) ، ومن ثم طرحه من كل رقم غير مغطى في الجدول (١٠-٦-أ) .

ب – إضافة أقل رقم غير مغطى (وهو رقم ٢) إلى الأرقام التى عندها تتقاطع خطوط التغطية كما في الجدول (١٠-٦-ب) .

الجدول رقم (١٠-٦-أ) : الخطوة الثالثة : خطوط التغطية

الآلات / الاعمال	الآلات			
	ل١	ل٢	ل٣	ل٤
أ	٢	صفر	صفر	صفر
ب	٥	٥	صفر	٦

ج	صفر	٢	٤	٢
د	صفر	٣	٧	٢

الجدول رقم (١٠-٦-ب) : الخطوة الرابعة

الآلات / الأعمال	الآلات			
	ل١	ل٢	ل٣	ل٤
أ	٤	صفر	٢	صفر
ب	٥	٣	صفر	٤
ج	صفر	صفر	٤	صفر
د	صفر	١	٧	صفر

الخطوة الخامسة : القيام بتكرار الخطوة الثالثة وربما أيضاً الرابعة (حسب ناتج الخطوة الثالثة) حتى يتم تحقيق الحل الأمثل ، أى تساوى خطوط التغطية المطلوبة مع عدد الصفوف . وعند تغطية الأسعار في الجدول الأخير نجد أن العدد الأدنى المطلوب من خطوط التغطية هو أربعة خطوط كما في الجدول (١٠-٧-أ) وهو ما يساوى عدد الصفوف ؛ مما يعني تحقيق الحل الأمثل .

الجدول رقم (١٠-٧-أ) : الخطوة الخامسة

الآلات / الأعمال	الآلات			
	ل١	ل٢	ل٣	ل٤
أ	٤	صفر	٢	صفر
ب	٥	٣	صفر	٤

ج	صفر	صفر	٤	صفر
د	صفر	١	٧	صفر

الجدول رقم (١٠-٧-ب):

الخطوة السادسة

الآلات / الأعمال	الآلات			
	ل١	ل٢	ل٣	ل٤
أ	٤	صفر	٢	صفر
ب	٥	٣	صفر	٤
ج	صفر	صفر	٤	صفر
د	صفر	١	٧	صفر

الخطوة السادسة : تحديد التخصيص الأمثل ، وذلك بأن نبدأ بالصف أو العمود الذى فيه صفر واحد (لأن الصف أو العمود الذى فيه صفر واحد يعني عدم وجود مرونة في التخصيص ولابد من اختياره أولاً بعكس الصف أو العمود الذى فيه أكثر من صفر) .

لقد أشرنا إلى أن أحد شروط طريقة التخصيص هو تساوى عدد الصفوف مع عدد الأعمدة ، ولكن بالإمكان استخدام الطريقة عند عدم تساوى الصفوف مع الأعمدة ، وذلك باستخدام الصف الوهمى في حالة كون عدد الأعمدة أكبر بواحد من عدد الصفوف ، أو استخدام العمود الوهمى وع قيم (أ) وكلف صفرية ليتم بعد ذلك الحل بنفس الخطوات التى سبق عرضها والمثال (١٠-٣) يوضح هذه الحالة .

مثال (١٠ – ٣):

الجدول الآتى يتضمن كلفة إنجاز أربعة أوامر عمل من قبل ثلاثة عمال .

المطلوب : تحديد التخصيص الأمثل لإنجاز الأعمال بالكلفة الأدنى (الأرقام بالدينار .

العمال / أوامر العمل	سمير	أحمد	فواد
١٦ س	٨	٧	١١
١٧ س	٩	١٢	١٦
١٨ س	١٠	١٣	١٤
١٩ س	١١	٨	١٠

الحل :

لأن عدد العمال (الأعمدة) أقل من عدد الأعمال (الصفوف) ؛ لذا نضيف العمود الوهمى . وبسبب وجود العمود الوهمى بقيم صفرية لا حاجة للقيام بالخطوات الأولى بالنسبة للصفوف ؛ لذا نقوم بالخطوة الثانية بالنسبة للأعمدة ؛ وذلك بتحديد أقل رقم في عمود وطرحه من كل رقم في العمود .

الجدول الأول

العمال / أوامر العمل	سمير	أحمد	فواد	وهمى
١٦ س	٨	٧	١١	صفر
١٧ س	٩	١٢	١٦	صفر

١٨ س	١٠	١٣	١٤	صفر
١٩ س	١١	٨	١٠	صفر

الجدول الثاني

العمال / أوامر العمل	سمير	أحمد	فواد	همى
١٦ س	صفر	صفر	١	صفر
١٧ س	١	٥	١	صفر
١٨ س	٢	٦	١٤	صفر
١٩ س	٣٠	١	١٠	صفر

استخدام الخطوط لتغطية الأصفار ، ومن ثم اختيار الأمثلية ، وحيث إن العدد الأدنى المطلوب لتغطية جميع الأصفار أقل من عدد الصفوف ؛ لذا نواصل خطوات الحل بتحديد أقل رقم غير مغطى وهو رقم (١) ، ومن ثم طرحه من كل رقم غير مغطى ،وكذلك إضافته إلى أرقام تقاطع خطوط التغطية كما غي الجدول الثالث ، نكرر الخطوات السابقة باستخدام خطوط التغطية على نفس الجدول ، وحيث إن عدد الخطوط في هذا الجدول مساو لعدد الصفوف فإن الحل الأمثل تحقق ؛ لذا نقوم بالتخصيص الآمثل واحتسابه .

الجدول الثالث

العمال / أوامر العمل	سمير	أحمد	فواد	همى
١٦ س	صفر	صفر	١	١
١٧ س	صفر	٤	٥	صفر
١٨ س	١	٥	٣	صفر
١٩ س	٣	١	صفر	١

الجدول الرابع

العمال / أوامر العمل	سمير	أحمد	فواد	همى
١٦ س	صفر	صفر	١	١
١٧ س	صفر	٤	٥	صفر
١٨ س	١	٥	٣	صفر
١٩ س	٣	١	صفر	١

إذن التخصيص الآمثل وكلفته :

١٦ س – أحمد =٧

١٧ س – سمير= ٩

١٩ س – فواد =١٤

١٨ س – وهمى= صفر (العمل ١٨ س لن ينجز لعدم وجود عامل)

المجموع ٣٠ ديناراً

ب – مشكلة الحد الأعلى :

إن الخطوات المطبقة في مشكلة الحد الأدنى يمكن أن تطبق على مشكلة الحد الأعلى مع اختلاف بسيط ، ويكون الهدف هو تحقيق الربح الأعلى ، أى أن فاعلية العمل أو التخصيص الأمثل يتحدد بالربح الأعلى بدلاً من الكلفة الأدنى ، إن اختلاف مهارة وخبرة العمال مثلاً يودى إلى اختلاف الربح من إنجاز أى عمل من الأعمال ؛ لهذا فإن مشكلات الحد الأعلى تصاغ في مصفوفة الربح بدلاً من مصفوفة الكلفة ، وأن مصفوفة الربح تحول إلى مصفوفة الفرصة البديلة الضائعة التى تتحدد بالفرق بين الربح المتحقق فعلياً من تخصيص عمل معين والربح الأعلى الذى يمكن أن يتحقق إذا ما تم التوصل إلى التخصيص الآمثل .

إن الاختلاف الأساسي في خطوات الحل في مشكلة الحد الأعلى عن مشكلة الحد الأدنى ، هو أن الخطوة الأولى تكون بتحديد أكبر رقم في كل صف ، ومن ثم طرح كل رقم في الصف منه ، وكذلك الحال بالنسبة للأعمدة ، أما بقية الخطوات فلا تغيير فيها والمثال رقم (١٠ – ٤) يوضح ذلك .

مثال (١٠ – ٤) :

في ورشة الرشيد للأعمال الحديدية وردت أربعة أعمال يمكن تخصيصها لأربعة عمال في الورشة ، وبعد تقييم الأعمال تم تطوير الجدول الآتى للربح الممكن تحقيقه من قبل كل عامل من كل عمل من الأعمال .

المطلوب :

تحديد خطة العمل التي تحقق أكبر ربح ممكن لإنجاز الأعمال من قبل عمال الورشة .

الحل :

القيام بتطوير مصفوفة الفرصة البديلة الضائعة ؛ وذلك بتحديد أكبر رقم في كل صف وطرح كل رقم في الصف منه كما في الجدول الأول ، وتكرار الخطوة بالنسبة للأعمدة لتخفيض الفرصة البديلة الضائعة وذلك بطرح الرقم الأقل في كل عمود من كل رقم فيه كما في الجدول الثاني .

التعاقب

يعتبر التعاقب من العمليات الاساسية في الجدولة وهو ما يتعلق بترتيب الاعمال والطلبيات الواردة حسب قواعد معينة يتم تحديدها من قبل إدارة المصنع أو القائم بالجدولة بالاعتماد على الخبرة الذاتية أو على أساس أحد معايير الفاعلية الكثيرة التي يمكن استخدامها في هذا المجال . وفي تحديد تعاقب الاعمال أو الطلبيات تستخدم عادة قواعد عديدة تدعى قواعد الاسبقية . فما هي قواعد الاسبقية ؟ وكيف يمكن استخدامها ومن ثم تقييمها؟ وهذه الاسئلة تتم الاجابة عنها في الفقرات الاتية :

أولاً قواعد الاسبقية :

إن قواعد الاسبقية هو عبارة عن تفضيلات أو توجيهات مرشدة تساعد في تحديد تعاقب الاعمال الافضل وفق معيار معين ولتوضيح قواعد الاسبقية نشير الى ان ورود طلبيات الى المصنع في فترة قصيرة تجعل ادارة المصنع ترتب الطلبيات عادة حسب وقت ورودها متبعة في ذلك قاعدة يأتي أولاً يخدم اولاً وقد تولى الادارة أهمية كبيرة لحجم الطلبية فالطلبية الكبيرة التي تتطلب وقت معالجة أطول تنفذ أولاً ثم الطلبية ذات وقت المعالجة الاطول اللاحق وهكذا وفي هذه الحالة فإنها تتبع قاعدة اخرى هي قاعدة وقت المعالجة الاطول اللاحق . وهكذا وفي هذه الحالة فإنها تتبع قاعدة اخرى هي قاعدة وقت المعالجة الاطول ويمكن ان تشير الى عدد من قواعد الاسبقية الاكثر استخداماً وهي

أ- قاعدة يأتي أولاً يخدم اولاً

ب- قاعدة وقت المعالجة الاقصر

ج- قاعدة وقت المعالجة الاطول

د- قاعدة موعد الأداء

هـ - قاعدة النسبة الحرجة

و- قاعدة الزبون المفضل تدعى أيضاً قاعدة الطوارئ

ز- قاعدة الخامل الأقل

ح- قاعدة الترتيب العشوائي هي حالة عدم استخدام أية قاعدة من القواعد كأساس في تحديد تعاقب الاعمال وانما يتم استخدام جميع هذه القواعد بطريقة عشوائية.

إن استخدام هذه القواعد يمكن أن يوفر للإدارة أساساً مفيداً لترتيب وتعاقب الاعمال إلا ان هذا وحدة لا يكفي لتحديد التعاقب الافضل لهذا لا بد من تحديد المعيار الذي تسعى الادارة لتحقيقه ليكون بالإمكان تحديد القاعدة الافضل على تحقيق هذا المعيار وهناك معايير كثيرة تستخدم لتقييم قواعد الاسبقية والتي يمكن تصنيفها الى مجموعتين من المعايير

- المعايير التي تستهدف تحسين خدمة الزبون وتضم المعايير الاتية :

١- متوسط وقت المعالجة

٢- متوسط وقت انتظار الاعمال

٣- متوسط وقت التأخير

- المعايير التي تستهدف تحسين استغلال الموارد وتضم المعايير الاتية:

١- العدد المتوسط للأعمال في مركز العمل

٢- متوسط كلفة الإعداد

٣- كلفة المخزون في التشغيل

ولابد من الاشارة الى أن المعايير الفاعلية الثلاثة الاتية هي الاكثر استخداماً في تقييم قواعد الاسبقية .

المراجع:

١. الفضل، مؤيد (٢٠٠٤)، الاساليب الكمية في الادارة، دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع، الطبعة العربية ، عمان ، الاردن.
٢. الفضل، مؤيد خليل (٢٠٠٨) ، بحوث عمليات محاسبية ، عمان ، الاردن
٣. حمدي طه ( ) ، تعريب احمد حسين علي حسين و محمد علي محمد احمد، دار المريخ، الرياض ، السعودية.
٤. العزاوي، خليل محمد(٢٠٠٦) ، إدارة اتخاذ القرار الاداري، عمان ، الاردن.
٥. بن صالح، عبد المحسن (٢٠٠٨) ، الاساليب الكمية في ادارة الرعاية الصحية، عمان، الاردن.
٦. البطل، منى محمد ابراهيم (٢٠٠١) ، ادارة الانتاج والعمليات، عمان ، الاردن.
٧. البطل، منى محمد ابراهيم (٢٠٠١) ، ادارة الانتاج والعمليات المبادئ العملية والتطبيق العملي مع نظرة مستقبلية لتحقيق القدرات التنافسية، عمان ، الاردن.
٨. شهيب، محمد علي (١٩٨٥)، ادارة العمليات والانتاج في المنشآت الصناعية، عمان، الاردن.
٩. مشرقي، حسن، والقاضي، زياد (١٩٩٧) ، بحوث العمليات تحليل كمي في الادارة، عمان، الاردن.
١٠. مرسي، نبيل محمد (٢٠٠٦) ، الاساليب الكمية في الادارة، عمان ، الاردن.
١١. توفيق، احمد (٢٠٠٧) ، صنع القرار في ادارة الازمةعمان ، الاردن.
١٢. عرفة، احمد (٢٠٠٥) ، ادارة العمليات والانتاج، عمان ، الاردن.
١٣. منصور، كاسر (٢٠٠٦)، الاساليب الكمية في اتخاذ القرارات الادارية،